

Κεφάλαιο 5

Ένα Υπόδειγμα Ενδογενούς Μεγέθυνσης

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύουμε το υπόδειγμα ενδογενούς μεγέθυνσης το οποίο αντί να βασίζεται στην υπόθεση της εξωγενούς βελτίωσης της αποδοτικότητας της εργασίας, βασίζεται στην υπόθεση των εξωτερικών επιδράσεων της συσσώρευσης του κεφαλαίου στην αποδοτικότητα της εργασίας. Η βασική ιδέα που κινεί αυτό το υπόδειγμα οφείλεται στον Arrow (1962), και η ανάλυση των επιπτώσεων αυτής της ιδέας για την θεωρία της ενδογενούς μεγέθυνσης οφείλεται στον Romer (1986).

Σε αντίθεση με τα υποδείγματα εξωγενούς μεγέθυνσης που αναλύσαμε ως τώρα, όπου η εξέλιξη της αποδοτικότητας της εργασίας θεωρείται εξωγενής, θα υποθέσουμε ότι η αποδοτικότητα της εργασίας στην οικονομία είναι συνάρτηση του συνολικού κεφαλαίου ανά εργαζόμενο στο σύνολο της οικονομίας. Συνεπώς η αποδοτικότητα της εργασίας είναι ίδια για κάθε επιχείρηση και εξαρτάται από το συνολικό κεφάλαιο ανά εργαζόμενο στην οικονομία. Η εξάρτηση αυτή τεκμηριώνεται σε υποδείγματα *εκμάθησης από την εμπειρία* (learning by doing) όπως αυτό του Arrow (1962). Στα υποδείγματα αυτά η συσσώρευση φυσικού κεφαλαίου αυξάνει την παραγωγικότητα της οικονομίας τόσο άμεσα όσο και έμμεσα, μέσω της επίδρασής της στην “γνώση” και την αποδοτικότητα της εργασίας. Υποτίθεται εδώ ότι η “γνώση” είναι σαν δημόσιο αγαθό.

Όπως αναφέρει ο Arrow, “η τεχνολογική πρόοδος γενικά μπορεί να αποδοθεί στην *εμπειρία*, με την έννοια της ίδιας της διαδικασίας της παραγωγής. ... Θα θεωρήσω τις συσσωρευμένες ακαθάριστες επενδύσεις (τη συσσωρευμένη παραγωγή κεφαλαιακών αγαθών), ως το δείκτη της εμπειρίας. Κάθε νέα μηχανή που παράγεται και τίθεται σε χρήση είναι ικανή να αλλάξει το περιβάλλον της παραγωγής, έτσι ώστε η εκμάθηση να λαμβάνει χώρα με συνεχώς νέες συνθήκες.”

Μία επαναστατική συνέπεια αυτής της προσέγγισης είναι ότι η συσσώρευση κεφαλαίου δεν υπόκειται σε φθίνουσες αποδόσεις, όπως στα υποδείγματα εξωγενούς μεγέθυνσης.

Προκειμένου να αναλύσουμε τις επιπτώσεις της αποταμιευτικής συμπεριφοράς των νοικοκυριών στη διαδικασία της ενδογενούς μεγέθυνσης, συνδυάζουμε αυτό το υπόδειγμα με τις υποθέσεις του υποδείγματος με σταθερό ποσοστό αποταμίευσης (Solow), του υποδείγματος του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού (Ramsey-Cass-Koopmans), και του υποδείγματος των επαλλήλων γεννιών (Diamond-Blanchard-Weil).

Στο τελευταίο τμήμα του κεφαλαίου παρουσιάζουμε ένα εναλλακτικό υπόδειγμα μεγέθυνσης, με παρόμοια όμως χαρακτηριστικά, το οποίο βασίζεται στην υπόθεση ότι η αποδοτικότητα της εργασίας εξαρτάται από δαπάνες για εκπαίδευση και κατάρτιση των εργαζομένων οι οποίες αυξάνονται αναλογικά με την αύξηση του συνολικού εισοδήματος. Ο συντελεστής των δαπανών για εκπαίδευση και κατάρτιση, η οποία έχει θετική επίπτωση στην αποδοτικότητα της εργασίας, οδηγεί σε σταθερές αποδόσεις στη συσσώρευση του φυσικού κεφαλαίου, καθώς η συσσώρευση του

φυσικού κεφαλαίου συνοδεύεται από αντίστοιχη συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου. Κατά τα άλλα, το υπόδειγμα αυτό, έχει αντίστοιχες συνέπειες με το υπόδειγμα των Arrow-Romer.

5.1 Ορισμοί

Y	Προϊόν
K	(Φυσικό) Κεφάλαιο
L	Εργασία
h	“γνώση”, ή “αποδοτικότητα της εργασίας”
t	χρόνος
n	ποσοστό αύξησης του εργατικού δυναμικού (εξωγενές)
s	ποσοστό αποταμίευσης
ρ	ποσοστό διαχρονικής προτίμησης του νοικοκυριού
α	μερίδιο του κεφαλαίου στο εισόδημα
δ	ποσοστό απόσβεσης του κεφαλαίου

5.2 Συνάρτηση Παραγωγής

Η παραγωγή γίνεται από ένα μεγάλο αριθμό ανταγωνιστικών επιχειρήσεων. Η συνάρτηση παραγωγής της επιχείρησης i δίνεται από,

$$Y_i(t) = F(K_i(t), h(t)L_i(t)) ; i = 1, 2, \dots \quad (5.1)$$

Η συνάρτηση παραγωγής χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις κλίμακας, οπότε μπορεί να γραφεί ως

$$y_i(t) = F(k_i(t), h(t)) \quad (5.2)$$

όπου

$y_i = Y_i/L_i$	προϊόν ανά εργαζόμενο
$k_i = K_i/L_i$	κεφάλαιο ανά εργαζόμενο
h	αποδοτικότητα της εργασίας

Στη συνέχεια της ανάλυσης θα υποθέσουμε ότι η συνάρτηση παραγωγής έχει τη μορφή Cobb-Douglas.

$$Y_i(t) = AK_i(t)^\alpha (h(t)L_i(t))^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (5.3)$$

Η αποδοτικότητα της εργασίας είναι η ίδια για όλες τις επιχειρήσεις.

5.3 Η Αποδοτικότητα της Εργασίας

Σε αντίθεση με το υπόδειγμα εξωγενούς μεγέθυνσης του Solow, όπου η εξέλιξη της αποδοτικότητας της εργασίας θεωρείται εξωγενής, θα υποθέσουμε ότι η αποδοτικότητα της εργασίας στην οικονομία είναι συνάρτηση του συνολικού κεφαλαίου ανά εργαζόμενο στο σύνολο

της οικονομίας. Συνεπώς η αποδοτικότητα της εργασίας είναι ίδια για κάθε επιχείρηση και εξαρτάται από το συνολικό κεφάλαιο ανά εργαζόμενο στην οικονομία. Η εξάρτηση αυτή τεκμηριώνεται σε υποδείγματα *εκμάθησης από την εμπειρία* (learning by doing) όπως αυτό του Arrow (1962). Ειδικότερα, υποθέτουμε ότι η συνάρτηση αυτή παίρνει τη μορφή,

$$h(t) = \left(\frac{K(t)}{L(t)} \right)^\beta, \quad 0 \leq \beta \quad (5.4)$$

όπου K είναι το φυσικό κεφάλαιο και L η απασχόληση στο σύνολο της οικονομίας.

Υποκαθιστώντας την (5.4) στην (5.1), και αφού αθροίσουμε την παραγωγή όλων των επιχειρήσεων, λαμβάνουμε τη συνολική συνάρτηση παραγωγής.

$$Y(t) = A(K(t))^{\alpha+\beta(1-\alpha)}(L(t))^{1-(\alpha+\beta(1-\alpha))} \quad (5.5)$$

Από την (5.5) έχουμε ότι,

$$y(t) = A(k(t))^{\alpha+\beta(1-\alpha)} \quad (5.6)$$

όπου $y=Y/L$ και $k=K/L$.

Η μορφή της συνάρτησης αυτής παραγωγής παρίσταται γεωμετρικά στο Διάγραμμα 5.1, για διάφορες τιμές του β .

Για $\beta=0$, δεν υπάρχει επίπτωση της συσσώρευσης του κεφαλαίου στην αποδοτικότητα της εργασίας, και έχουμε την γνωστή μορφή Cobb Douglas. Για $0<\beta<1$ υπάρχει επίπτωση της συσσώρευσης του κεφαλαίου, αλλά το οριακό προϊόν του κεφαλαίου μειώνεται καθώς συσσωρεύεται περισσότερο κεφάλαιο ανά εργαζόμενο. Η συσσώρευση κεφαλαίου οδηγεί σε φθίνουσες αποδόσεις, αν και οι αποδόσεις αυτές φθίνουν με μικρότερο ρυθμό. Για $\beta=1$, το οριακό προϊόν του κεφαλαίου είναι σταθερό (A) και δεν επηρεάζεται από τη συσσώρευση του κεφαλαίου. Δεν υπάρχουν δηλαδή φθίνουσες αποδόσεις στη συσσώρευση του κεφαλαίου. Για $\beta>1$, το οριακό προϊόν του κεφαλαίου αυξάνεται καθώς συσσωρεύεται περισσότερο κεφάλαιο, και παραβιάζεται η υπόθεση των σταθερών αποδόσεων κλίμακας. Εάν $\beta<1$ παραμένουν τα χαρακτηριστικά των υποδειγμάτων εξωγενούς μεγέθυνσης που μελετήσαμε ως τώρα, ενώ εάν $\beta=1$ ή $\beta>1$, η (5.6) οδηγεί σε υποδείγματα ενδογενούς μεγέθυνσης.

Στη συνέχεια, θα επικεντρωθούμε στην ειδική περίπτωση $\beta=1$, κάτι το οποίο μετατρέπει το υπόδειγμά μας σε υπόδειγμα ενδογενούς μεγέθυνσης. Στην ειδική περίπτωση $\beta=1$, η (5.5) παίρνει τη μορφή,

$$Y(t) = AK(t) \quad (5.7)$$

και η (5.6), τη μορφή,

$$y(t) = Ak(t) \quad (5.8)$$

Λόγω της γραμμικότητας της συνολικής συνάρτησης παραγωγής, από την (5.8), ο ρυθμός αύξησης της παραγωγικότητας της εργασίας ή του κατά κεφαλήν εισοδήματος g ισούται με το ρυθμό συσσώρευσης φυσικού κεφαλαίου ανά εργαζόμενο.

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = g \quad (5.9)$$

Για τον ίδιο λόγο, από την (5.7), ο ρυθμός αύξησης του συνολικού προϊόντος $g+n$, προσδιορίζεται από το ποσοστό των καθαρών επενδύσεων σε φυσικό κεφάλαιο σε σχέση με το συνολικό προϊόν. Κατά συνέπεια, έχουμε,

$$g+n = \dot{Y}(t)/Y(t) = \dot{K}(t)/K(t) = (I(t)/K(t)) - \delta = A(I(t)/Y(t)) - \delta \quad (5.10)$$

όπου I είναι οι ακαθάριστες επενδύσεις παγίου κεφαλαίου και δ το ποσοστό απόσβεσης.

5.4 Προσδιορισμός Πραγματικού Επιτοκίου και Πραγματικού Μισθού

Υποθέτουμε ότι οι επιχειρήσεις λειτουργούν σε καθεστώς τέλει ανταγωνισμού, και ότι μεγιστοποιούν τα κέρδη τους λαμβάνοντας τις τιμές των συντελεστών παραγωγής ως δεδομένες. Η μεγιστοποίηση των κερδών συνεπάγεται ότι το πραγματικό επιτόκιο ισούται με το οριακό προϊόν του κεφαλαίου, και ο πραγματικός μισθός με το οριακό προϊόν της εργασίας.

Από την (5.3) το οριακό προϊόν του κεφαλαίου για την κάθε ανταγωνιστική επιχείρηση δίδεται από $\alpha k_i(t)^{\alpha-1} h(t)^{1-\alpha}$. Αντικαθιστώντας το $h(t)$ από την (5.4), έχουμε,

$$r(t) = \alpha A k_i(t)^{\alpha-1} k(t)^{1-\alpha} - \delta \quad (5.11)$$

όπου $r(t)$ είναι το πραγματικό επιτόκιο, και η έκφραση στη δεξιά πλευρά είναι το ιδιωτικό οριακό προϊόν του κεφαλαίου. Η (5.11) συνεπάγεται ότι όλες οι επιχειρήσεις θα επιλέξουν το ίδιο κεφάλαιο ανά εργαζόμενο, καθώς αντιμετωπίζουν το ίδιο πραγματικό επιτόκιο. Δηλαδή, $k_i(t) = k(t) \forall i$. Το πραγματικό επιτόκιο κατά συνέπεια ισούται με,

$$r(t) = \alpha A - \delta = r \quad (5.12)$$

Το πραγματικό επιτόκιο είναι σταθερό και ισούται με το καθαρό οριακό προϊόν του κεφαλαίου, όπως το υπολογίζει η κάθε επιχείρηση. Επισημαίνεται ότι λόγω του μικρού μεγέθους της, η κάθε ανταγωνιστική επιχείρηση δεν μπορεί να λάβει υπόψη την επίδραση της επιλογής του δικού της κεφαλαίου ανά εργαζόμενο, στο συνολικό κεφάλαιο ανά εργαζόμενο στην οικονομία, άρα και στην συνολική αποδοτικότητα της εργασίας. Η εξωτερικότητα αυτή, αποτελεί έναν από τους λόγους που το πραγματικό επιτόκιο όπως προσδιορίζεται από την (5.11) υποεκτιμά την κοινωνική οριακή αποδοτικότητα του κεφαλαίου. Θα επανέλθουμε σε αυτό το ζήτημα παρακάτω.

Στην ανταγωνιστική ισορροπία, ο πραγματικός μισθός ισούται με το οριακό προϊόν της εργασίας. Προσδιορίζεται από,

$$w(t) = (1-\alpha)A k_i(t)^\alpha k(t)^{1-\alpha} = (1-\alpha)A k(t) \quad (5.13)$$

όπου $w(t)$ είναι ο πραγματικός μισθός και έχουμε χρησιμοποιήσει τη ιδιότητα ότι στην ισορροπία $k_i(t) = k(t) \forall i$.

Σε αντίθεση με το επιτόκιο, ο πραγματικός μισθός είναι συνάρτηση του κεφαλαίου ανά εργαζόμενο στο σύνολο της οικονομίας, καθώς η αποδοτικότητα της εργασίας είναι και αυτή συνάρτηση του κεφαλαίου ανά εργαζόμενο. Από τη στιγμή που το κεφάλαιο ανά εργαζόμενο αυξάνεται με ρυθμό g , και οι πραγματικοί μισθοί αυξάνονται με ρυθμό g .

Συνεπώς, το υπόδειγμα αυτό προβλέπει σταθερό πραγματικό επιτόκιο και αυξανόμενους πραγματικούς μισθούς.

5.5 Το Ποσοστό Αποταμίευσης και το Ποσοστό Μεγέθυνσης

Ας υποθέσουμε ότι όπως και στο υπόδειγμα του Solow, η καταναλωτική συμπεριφορά περιγράφεται από ένα σταθερό ποσοστό αποταμίευσης. Κατά συνέπεια, η κατά κεφαλήν κατανάλωση δίνεται από,

$$c(t) = (1-s)y(t) \quad (5.14)$$

όπου s είναι το ποσοστό αποταμίευσης.

Η ζήτηση για το συνολικό προϊόν ισούται με την κατανάλωση συν τις συνολικές επενδύσεις.

$$y(t) = c(t) + \dot{k}(t) + (n+\delta)k(t) \quad (5.15)$$

Συνδυάζοντας τις (5.8), (5.14) και (5.15), η μεταβολή του κατά κεφαλήν κεφαλαίου δίνεται από,

$$\dot{k}(t) = sy(t) - nk(t) = (sA - n - \delta)k(t) \quad (5.16)$$

Διαιρώντας και τις δύο πλευρές της (5.16) με $k(t)$ προκύπτει ότι,

$$g = \dot{k}(t)/k(t) = sA - (n+\delta) \quad (5.17)$$

Όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό αποταμίευσης s , και η παραγωγικότητα του κεφαλαίου τόσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό μεγέθυνσης του κατά κεφαλήν εισοδήματος. Από την άλλη, ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού (απασχόλησης) και το ποσοστό απόσβεσης έχουν αρνητική επίπτωση στο ρυθμό αύξησης της παραγωγικότητας της εργασίας, για δεδομένο ποσοστό αποταμίευσης και παραγωγικότητα του κεφαλαίου.

Στο υπόδειγμα αυτό το ποσοστό αποταμίευσης παίζει ανάλογο ρόλο με το ρόλο του στο υπόδειγμα του Solow. Στο υπόδειγμα του Solow το ποσοστό αποταμίευσης επηρεάζει θετικά το k^* και το ρυθμό ανάπτυξης κατά τη διαδικασία σύγκλισης προς το k^* , αλλά δεν επηρεάζει το μακροχρόνιο ρυθμό ανάπτυξης που θεωρείται εξωγενής. Στο υπόδειγμα αυτό, το ποσοστό αποταμίευσης s

προσδιορίζει τις επενδύσεις παγίου κεφαλαίου και το μακροχρόνιο ρυθμό ανάπτυξης, διότι η συσσώρευση του κεφαλαίου δεν μειώνει το οριακό του προϊόν, όπως στο υπόδειγμα του Solow.

5.6 Το Αντιπροσωπευτικό Νοικοκυριό και το Ποσοστό Μεγέθυνσης

Η υπόθεση για ένα εξωγενές ποσοστό αποταμίευσης δεν είναι θεωρητικά ικανοποιητική. Το ποσοστό αποταμίευσης προσδιορίζεται από βαθύτερους παράγοντες που σχετίζονται με τις προτιμήσεις και τους περιορισμούς των νοικοκυριών.

Πως προσδιορίζεται το ποσοστό μεγέθυνσης όταν υπάρχει ένα αντιπροσωπευτικό νοικοκυριό, που μεγιστοποιεί τη διαχρονική χρησιμότητά από την κατανάλωσή του;

Υποθέτουμε ένα αντιπροσωπευτικό νοικοκυριό, που μεγιστοποιεί τη διαχρονική συνάρτηση χρησιμότητας,

$$U = \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} dt \quad (5.18)$$

υπό τον εισοδηματικό περιορισμό του νοικοκυριού,

$$\dot{k}(t) = r(t)k(t) + w(t) - c(t) - nk(t) \quad (5.19)$$

Το εισόδημα του νοικοκυριού είναι το εισόδημα του από κεφάλαιο (τόκους) συν το εισόδημα από εργασία (μισθοί).

Από τις συνθήκες πρώτης τάξης προκύπτει η γνωστή εξίσωση Euler για την κατανάλωση (βλέπε Κεφάλαιο 2).

$$\dot{c}(t)/c(t) = \frac{1}{\theta} (r(t) - \rho) \quad (5.20)$$

Δεδομένου ότι από την εξίσωση (5.12) το πραγματικό επιτόκιο είναι σταθερό και ίσο με $\alpha A - \delta$, το ποσοστό αύξησης της κατά κεφαλήν κατανάλωσης είναι σταθερό.

$$\dot{c}(t)/c(t) = \frac{1}{\theta} (\alpha A - \delta - \rho) \quad (5.21)$$

Η (5.21) είναι αυτή που προσδιορίζει το ρυθμό αύξησης του κατά κεφαλήν εισοδήματος g , καθώς στην πορεία ισόρροπης μεγέθυνσης όλα τα κατά κεφαλήν μεγέθη θα έχουν τον ίδιο ρυθμό μεγέθυνσης. Σε αντίθετη περίπτωση, είτε η κατανάλωση θα εξαντλούσε το σύνολο του εισοδήματος, ή οι επενδύσεις σταδιακά θα εξαντλούσαν το σύνολο του εισοδήματος.

Από την (5.21), όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό διαχρονικής προτίμησης του νοικοκυριού σε σχέση με την παραγωγικότητα του κεφαλαίου (επιτόκιο), τόσο μικρότερο είναι το ποσοστό μεγέθυνσης της οικονομίας. Αυτό συμβαίνει διότι όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό διαχρονικής προτίμησης, τόσο μικρότερες είναι οι αποταμιεύσεις.

Για να βρούμε το ποσοστό αποταμίευσης, θα χρησιμοποιήσουμε την (5.8) και την (5.15). Από αυτές προκύπτει ότι,

$$\dot{k}(t) = Ak(t) - c(t) - (n+\delta)k(t) \quad (5.22)$$

Η (5.22) είναι ο μακροοικονομικός περιορισμός που προκύπτει από την ταυτότητα του εθνικού εισοδήματος. Ότι δηλαδή το συνολικό εισόδημα στην οικονομία ισούται με την κατανάλωση συν τις επενδύσεις. Διαιρώντας με το $k(t)$,

$$\dot{k}(t)/k(t) = A - n - \delta - [c(t)/k(t)] = g \quad (5.23)$$

Από την (5.23) προκύπτει ότι,

$$c(t)/k(t) = A - n - g - \delta \quad (5.24)$$

Από την (5.24), το ποσοστό της κατανάλωσης στο συνολικό εισόδημα ισούται με,

$$c(t)/y(t) = c(t)/(Ak(t)) = 1 - (n + g + \delta)/A \quad (5.25)$$

Από την (5.25), το ποσοστό αποταμίευσης προκύπτει ως,

$$s = (n + g + \delta)/A = [n + \delta + 1/\theta(\alpha A - \delta - \rho)]/A \quad (5.26)$$

Το ποσοστό αποταμίευσης είναι σταθερό, και εξαρτάται θετικά από το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού και την ελαστικότητα διαχρονικής υποκατάστασης της κατανάλωσης, και αρνητικά από το ποσοστό διαχρονικής προτίμησης του νοικοκυριού και το ποσοστό απόσβεσης του κεφαλαίου.

Γνωρίζουμε ότι στο υπόδειγμα εξωγενούς μεγέθυνσης του Ramsey, η ανταγωνιστική ισορροπία είναι αποτελεσματική (κατά Pareto). Συμβαίνει όμως το ίδιο και στο υπόδειγμα ενδογενούς μεγέθυνσης του Romer;

5.7 Η Αποτελεσματικότητα της Ανταγωνιστικής Ισορροπίας

Για να δούμε αν η ανταγωνιστική ισορροπία είναι ανταγωνιστική, ας υποθέσουμε ότι υπάρχει ένας κοινωνικός σχεδιαστής που μεγιστοποιεί την (5.18) υπό τον μακροοικονομικό περιορισμό (5.22), αντί για τον ιδιωτικό περιορισμό (5.19).

Από τις συνθήκες πρώτης τάξης προκύπτει η εξίσωση Euler για τον κοινωνικό σχεδιαστή,

$$\dot{c}(t)/c(t) = \frac{1}{\theta} (A - \delta - \rho) = g^* > g \quad (5.19')$$

Από την (5.19') προκύπτει ότι στην ανταγωνιστική ισορροπία, ο ρυθμός μεγέθυνσης της οικονομίας είναι μικρότερος από τον κοινωνικά αποτελεσματικό ρυθμό μεγέθυνσης. Αυτό συμβαίνει διότι το ανταγωνιστικό επιτόκιο ($\alpha A - \delta$) υποεκτιμά την οριακή κοινωνική αποδοτικότητα του κεφαλαίου ($A - \delta$), η οποία λόγω των εξωτερικών επιδράσεων του συνολικού κεφαλαίου στην

αποδοτικότητα της εργασίας είναι μεγαλύτερη από την ιδιωτική του αποδοτικότητα. Οι θετικές εξωτερικές επιδράσεις του κεφαλαίου δεν αντανακλώνται στο πραγματικό επιτόκιο. Κατά συνέπεια, τα νοικοκυριά έχουν μικρότερο κίνητρο συσσώρευσης κεφαλαίου και ο ρυθμός ανάπτυξης της οικονομίας είναι χαμηλότερος από ό,τι θα ήταν κοινωνικά επιθυμητό.

Αυτό σημαίνει ότι η ανταγωνιστική ισορροπία θα μπορούσε να βελτιωθεί αν ο κοινωνικός σχεδιαστής επιδοτούσε το κεφάλαιο σε σχέση με την εργασία.

5.8 Η Ενδογενής Μεγέθυνση στο Υπόδειγμα Blanchard-Weil

Αναλύουμε τώρα τον προσδιορισμό της ενδογενούς μεγέθυνσης σε ένα υπόδειγμα όπου η αύξηση του πληθυσμού προέρχεται από την είσοδο νέων νοικοκυριών. Ο αριθμός των μελών κάθε νοικοκυριού είναι σταθερός, και ο ρυθμός εισόδου νέων νοικοκυριών ισούται με n . Κάθε νοικοκυριό έχει άπειρο χρονικό ορίζοντα.

Το νοικοκυριό που γεννήθηκε στη στιγμή j μεγιστοποιεί τη διαχρονική χρησιμότητα,

$$U_j = \int_{t=j}^{\infty} e^{-\rho t} u(c(j, t)) dt \quad (5.27)$$

όπου,

$c(j, t)$ κατανάλωση του νοικοκυριού με χρόνο γέννησης j τη στιγμή t

u στιγμιαία συνάρτηση χρησιμότητας

ρ ποσοστό προεξόφλησης, ή διαχρονικής προτίμησης (εξωγενές)

Ακολουθώντας τον Blanchard (1985) και τον Weil (1989) θα υποθέσουμε ότι η στιγμιαία συνάρτηση χρησιμότητας είναι λογαριθμική.

$$u(c(j, t)) = \ln(c(j, t)) \quad (5.28)$$

Όλα τα νοικοκυριά παρέχουν μία μονάδα εργασίας και, αν έχουν αποταμιεύσει, έχουν εισόδημα από το κεφάλαιο που κατέχουν.

Το νοικοκυριό j μεγιστοποιεί την (5.27) υπό τον περιορισμό,

$$\dot{k}(j, t) = r(t)k(j, t) + w(t) - c(j, t) \quad (5.29)$$

όπου $k(j, j) = 0$.

Από τις συνθήκες πρώτης τάξης, και αφού προχωρήσουμε σε συνολικοποίηση, έχουμε την ακόλουθη εξίσωση για την εξέλιξη της συνολικής κατανάλωσης,

$$\dot{C}(t) = (r(t) - \rho + n) C(t) - n \rho K(t) \quad (5.30)$$

Από την (5.30), αφού διαιρέσουμε με $L(t)$, η εξέλιξη της κατά κεφαλήν κατανάλωσης δίνεται από,

$$\dot{c}(t) = (r(t) - \rho)c(t) - n\rho k(t) \quad (5.31)$$

Διαιρώντας την (5.31), με το κατά κεφαλήν εισόδημα $y(t)$, και αφού αντικαταστήσουμε το πραγματικό επιτόκιο από τη (5.12), και το λόγο κεφαλαίου προϊόντος από την (5.8), έχουμε την ακόλουθη εξίσωση για την εξέλιξη του μεριδίου της ιδιωτικής κατανάλωσης ως προς το συνολικό εισόδημα.

$$\dot{\bar{c}}(t) = (r(t) - \rho - g)\bar{c}(t) - n\rho\bar{k}(t) = (\alpha A - \delta - \rho - g)\bar{c}(t) - n\rho A^{-1} \quad (5.32)$$

όπου για μία μεταβλητή X , ορίζουμε το λόγο της ως προς το συνολικό εισόδημα Y ως,

$$\bar{x} = \frac{X}{Y}$$

Από την εξίσωση της συσσώρευσης του κατά κεφαλήν κεφαλαίου (5.22) έχουμε,

$$g = \left(1 - \bar{c}(t)\right)A - n - \delta \quad (5.33)$$

Η (5.33) δεν λέει τίποτα άλλο παρά ότι ο συνολικός ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης ισούται με το ποσοστό των επενδύσεων (αποταμιεύσεων) στο συνολικό εισόδημα, επί τη (σταθερή) μέση παραγωγικότητα του κεφαλαίου A , μείον τις αποσβέσεις.

Μπορούμε κατά συνέπεια να χρησιμοποιήσουμε το σύστημα των (5.32) και (5.33) προκειμένου να προσδιορίσουμε τις ενδογενείς μεταβλητές που δεν είναι άλλες από το ποσοστό της κατά κεφαλήν μεγέθυνσης g και το λόγο της ιδιωτικής κατανάλωσης προς το συνολικό εισόδημα. Δεδομένου ότι και οι δύο μεταβλητές είναι μη προκαθορισμένες, η ισορροπία επιτυγχάνεται άμεσα.

Για σταθερό λόγο της ιδιωτικής κατανάλωσης στο συνολικό εισόδημα, η (5.32) μετατρέπεται σε,

$$\bar{c}(t) = \frac{n\rho A^{-1}}{\alpha A - \delta - \rho - g} \quad (5.34)$$

Όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης, τόσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος της ιδιωτικής κατανάλωσης προς το συνολικό εισόδημα, για δεδομένη διαφορά μεταξύ του πραγματικού επιτοκίου και του ποσοστού διαχρονικής προτίμησης των νοικοκυριών. Η μη γραμμική αυτή σχέση παρίσταται από την αύξουσα καμπύλη στο Διάγραμμα 5.2. Προφανώς, καθώς το g τείνει προς το $\alpha A - \delta - \rho$ ο λόγος της ιδιωτικής κατανάλωσης προς το συνολικό εισόδημα τείνει στο άπειρο.

Η εξίσωση της συσσώρευσης κεφαλαίου (5.33) παρίσταται από την ευθεία με την αρνητική κλίση. Όσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος της ιδιωτικής κατανάλωσης προς το συνολικό εισόδημα, τόσο μικρότερες είναι οι αποταμιεύσεις, και τόσο μικρότερες είναι οι επενδύσεις και ο ρυθμός μεγέθυνσης της οικονομίας.

Η ισορροπία προσδιορίζεται στο σημείο τομής των δύο γεωμετρικών τόπων E . Αξίζει να σημειωθεί ότι στην ισορροπία αυτή ο λόγος της ιδιωτικής κατανάλωσης προς το συνολικό εισόδημα είναι μεγαλύτερος από ότι στο αντίστοιχο υπόδειγμα αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού, και ο ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης είναι μικρότερος. Η ισορροπία στο συγκρίσιμο υπόδειγμα αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού ($n=0$) προσδιορίζεται στο σημείο E_R .

Είναι σχετικά απλό να δείξει κανείς ότι μία αύξηση του ποσοστού διαχρονικής προτίμησης του νοικοκυριού οδηγεί σε αύξηση του λόγου της ιδιωτικής κατανάλωσης και σε μείωση του ρυθμού οικονομικής μεγέθυνσης.

5.9 Δημοσιονομική Πολιτική και Ενδογενής Μεγέθυνση

Οι επιπτώσεις της δημοσιονομικής πολιτικής, όταν εισάγουμε την κυβέρνηση, είναι ανάλογες με τις επιπτώσεις στο υπόδειγμα των Blanchard-Weil με εξωγενή μεγέθυνση. Όπου στο υπόδειγμα εξωγενούς μεγέθυνσης προσδιορίζεται ο λόγος του κατά κεφαλήν κεφαλαίου και της κατανάλωσης προς την αποδοτικότητα της εργασίας, στο υπόδειγμα αυτό προσδιορίζεται ο ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης και ο λόγος της κατανάλωσης προς το συνολικό εισόδημα.

Υποθέτοντας ότι η κυβέρνηση σταθεροποιεί το δημόσιο χρέος ως προς το συνολικό εισόδημα και ότι επιλέγει ένα σταθερό ποσοστό δημοσίας κατανάλωσης ως προς το συνολικό εισόδημα, το υπόδειγμα των Blanchard Weil με ενδογενή μεγέθυνση παίρνει την ακόλουθη μορφή.

$$\dot{\bar{c}}(t) = (r(t) - \rho - g)\bar{c}(t) - n\rho(\bar{k}(t) + \bar{b}) = (\alpha A - \delta - \rho - g)\bar{c}(t) - n\rho(A^{-1} + \bar{b}) \quad (5.35)$$

$$\dot{\bar{c}}(t) = 1 - \bar{c}_g - (n + g + \delta)A^{-1} \quad (5.36)$$

Η (5.35) είναι η συνάρτηση συνολικής κατανάλωσης όταν τα νοικοκυριά διακρατούν όχι μόνο κεφάλαιο αλλά και ομόλογα του δημοσίου, και προκύπτει από την (5.32). Η (5.36) προκύπτει από την εξίσωση (5.33) όταν υπάρχει και δημόσια κατανάλωση, και περιγράφει τη συσσώρευση του κεφαλαίου (ποσοστό οικονομικής μεγέθυνσης) ως αποτέλεσμα των εθνικών αποταμιεύσεων.

Στις (5.35) και (5.36) υποθέτουμε ότι,

$$\bar{c}_g = \frac{c_g(t)}{y(t)}, \quad \bar{b} = \frac{b(t)}{y(t)}$$

δηλαδή ότι η κυβέρνηση επιλέγει ένα σταθερό ποσοστό των δημοσίων δαπανών και του δημοσίου χρέους ως προς το ΑΕΠ.

Κατά συνέπεια το υπόδειγμα προσδιορίζει το ποσοστό της ιδιωτικής κατανάλωσης ως προς συνολικό εισόδημα, c/y , καθώς και τον ρυθμό αύξησης του κατά κεφαλήν εισοδήματος g .

Η ισορροπία παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 5.3. Η διακεκομμένη καμπύλη με θετική κλίση παριστά την (5.35) για σταθερό ποσοστό ιδιωτικής κατανάλωσης στο συνολικό εισόδημα, και δίνεται από,

$$\bar{c}(t) = \frac{c(t)}{y(t)} = \frac{n\rho(A^{-1} + \bar{b})}{(\alpha A - \delta - \rho - g)} \quad (5.37)$$

Όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης, τόσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος της ιδιωτικής κατανάλωσης προς το συνολικό εισόδημα, για δεδομένη διαφορά μεταξύ του πραγματικού επιτοκίου και του ποσοστού διαχρονικής προτίμησης των νοικοκυριών. Η μη γραμμική αυτή σχέση παρίσταται από την αύξουσα καμπύλη στο Διάγραμμα 5.2. Προφανώς, καθώς το g τείνει προς το $\alpha A - \delta - \rho$ ο λόγος της ιδιωτικής κατανάλωσης προς το συνολικό εισόδημα τείνει στο άπειρο.

Για θετικό ποσοστό του δημοσίου χρέους ως προς το ΑΕΠ, η συνάρτηση αυτή κείται πάνω από την αντίστοιχη συνάρτηση κατανάλωσης με μηδενικό δημόσιο χρέος (συνεχής καμπύλη), καθώς τα υφιστάμενα νοικοκυριά θεωρούν το δημόσιο χρέος ως πλούτο, επειδή γνωρίζουν ότι μέρος της μελλοντικής εξυπηρέτησης του δημοσίου χρέους θα επιβαρύνει τις μελλοντικές και όχι μόνο τις τρέχουσες γεννεές.

Η διακεκομμένη ευθεία με αρνητική κλίση παριστά την αρνητική σχέση μεταξύ οικονομικής μεγέθυνσης (συσσώρευσης του κεφαλαίου) και ποσοστού ιδιωτικής κατανάλωσης, δεδομένου ότι όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό της ιδιωτικής κατανάλωσης, τόσο μικρότερο είναι το ποσοστό αποταμιεύσεων και επενδύσεων. Με θετικό ποσοστό της δημόσιας κατανάλωσης στο συνολικό εισόδημα, η ευθεία αυτή βρίσκεται χαμηλότερα από την αντίστοιχη ευθεία με μηδενική δημόσια κατανάλωση.

Είναι προφανές ότι τόσο το ύψος του δημοσίου χρέους ως προς το συνολικό εισόδημα, όσο και το ύψος της δημόσιας κατανάλωσης έχουν αρνητικές επιπτώσεις στο μακροχρόνιο ποσοστό μεγέθυνσης g . Ο λόγος είναι ότι τόσο το δημόσιο χρέος όσο και η δημόσια καταναλώση προκαλούν μείωση στις συνολικές αποταμιεύσεις.

Το δημόσιο χρέος προκαλεί αύξηση της ιδιωτικής κατανάλωσης των τρεχουσών γεννεών με αποτέλεσμα να περιορίζεται ο ρυθμός συσσώρευσης του κεφαλαίου και το ποσοστό οικονομικής μεγέθυνσης (βλ. σημείο E_b στο Διάγραμμα 5.3).

Η δημόσια κατανάλωση προκαλεί αναλογικά μικρότερη μείωση της ιδιωτικής κατανάλωσης, με αποτέλεσμα να μειώνονται οι συνολικές αποταμιεύσεις και να περιορίζεται ο ρυθμός συσσώρευσης του κεφαλαίου και το ποσοστό οικονομικής μεγέθυνσης (βλ. σημείο E_{cg} στο Διάγραμμα 5.3).

Ο συνδυασμός των δύο προκαλεί ακόμη μεγαλύτερη μείωση του ποσοστού οικονομικής μεγέθυνσης.

Στο αντίστοιχο υπόδειγμα αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού (με $n=0$), ο ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη του δημοσίου χρέους ή της δημόσιας κατανάλωσης. Ο ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης προσδιορίζεται από τη διαφορά του πραγματικού επιτοκίου από το ποσοστό διαχρονικής προτίμησης (σημείο gR στο Διάγραμμα 5.3). Η μεν δημόσια κατανάλωση υποκαθιστά αντίστοιχη ιδιωτική κατανάλωση χωρίς να επηρεάζει τις συνολικές αποταμιεύσεις, το δε δημόσιο χρέος δεν επηρεάζει την ιδιωτική κατανάλωση καθώς θεωρείται ισοδύναμο με τους φόρους.

5.10 Εκπαίδευση και Κατάρτιση και Ενδογενής Μεγέθυνση

Η ενδογενής μεγέθυνση στο υπόδειγμα που παρουσιάσαμε είναι ένα υποπροϊόν της συσσώρευσης του φυσικού κεφαλαίου, λόγω της υπόθεσης που κάναμε ότι η αποδοτικότητα της εργασίας είναι συνάρτηση του φυσικού κεφαλαίου ανά εργαζόμενο στο σύνολο της οικονομίας.

Μία εναλλακτική κατηγορία υποδειγμάτων ενδογενούς μεγέθυνσης (βλ. Lucas (1988)) δίνει έμφαση στην εκπαίδευση και κατάρτιση των εργαζομένων.

Στο τμήμα αυτό θα παρουσιάσουμε ένα απλοποιημένο υπόδειγμα εκπαίδευσης και κατάρτισης που οδηγεί σε ενδογενή μεγέθυνση.

Η τεχνολογία παραγωγής των ανταγωνιστικών επιχειρήσεων δίνεται από μία συνάρτηση παραγωγής της μορφής Cobb Douglas, όπως η εξίσωση (5.3).

$$Y_i(t) = AK_i(t)^\alpha (h(t)L_i(t))^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (5.3)$$

Θα υποθέσουμε ότι η αποδοτικότητα της εργασίας στην οικονομία είναι συνάρτηση των δαπανών για εκπαίδευση και κατάρτιση που κάνουν τα νοικοκυριά (ή η κυβέρνηση).

$$h(t) = \gamma \frac{Y(t)}{L(t)} = \gamma y(t), \quad 0 < \gamma \leq 1 \quad (5.38)$$

όπου γ είναι μία παράμετρος που μετρά το ποσοστό του κατά κεφαλήν εισοδήματος που δαπανάται σε εκπαίδευση και κατάρτιση.

Υποκαθιστώντας την (5.38) στην (5.3), και αφού αθροίσουμε την παραγωγή όλων των επιχειρήσεων, λαμβάνουμε τη συνολική συνάρτηση παραγωγής.

$$Y(t) = \bar{A} K(t) \quad (5.39)$$

όπου,

$$\bar{A} = (A\gamma^{1-\alpha})^{1/\alpha} \quad (5.40)$$

Από την (5.39) έχουμε ότι,

$$y(t) = \bar{A} k(t) \quad (5.41)$$

όπου $y=Y/L$ και $k=K/L$.

Το υπόδειγμα αυτό, λόγω της υπόθεσης ότι η σχέση μεταξύ ανθρωπίνου κεφαλαίου και συνολικού εισοδήματος είναι γραμμική, είναι υπόδειγμα ενδογενούς μεγέθυνσης. Η συσσώρευση φυσικού κεφαλαίου προκαλεί αύξηση του εισοδήματος, εκείνη με τη σειρά της προκαλεί αύξηση του

ανθρωπίνου κεφαλαίου μέσω των δαπανών για εκπαίδευση και κατάρτιση, αυτό προκαλεί αύξηση της οριακής αποδοτικότητας του φυσικού κεφαλαίου, και ούτω καθεξής. Η παράλληλη συσσώρευση φυσικού και ανθρωπίνου κεφαλαίου οδηγεί σε ενδογενή μεγέθυνση.

Κατά τα άλλα το υπόδειγμα αυτό είναι παρόμοιο με το υπόδειγμα των Arrow Romer. Η μόνη τους διαφορά είναι ότι σε αυτό το υπόδειγμα η συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου δεν είναι απλό υποπροϊόν της συσσώρευσης φυσικού κεφαλαίου, αλλά αποτέλεσμα των δαπανών για εκπαίδευση και κατάρτιση.

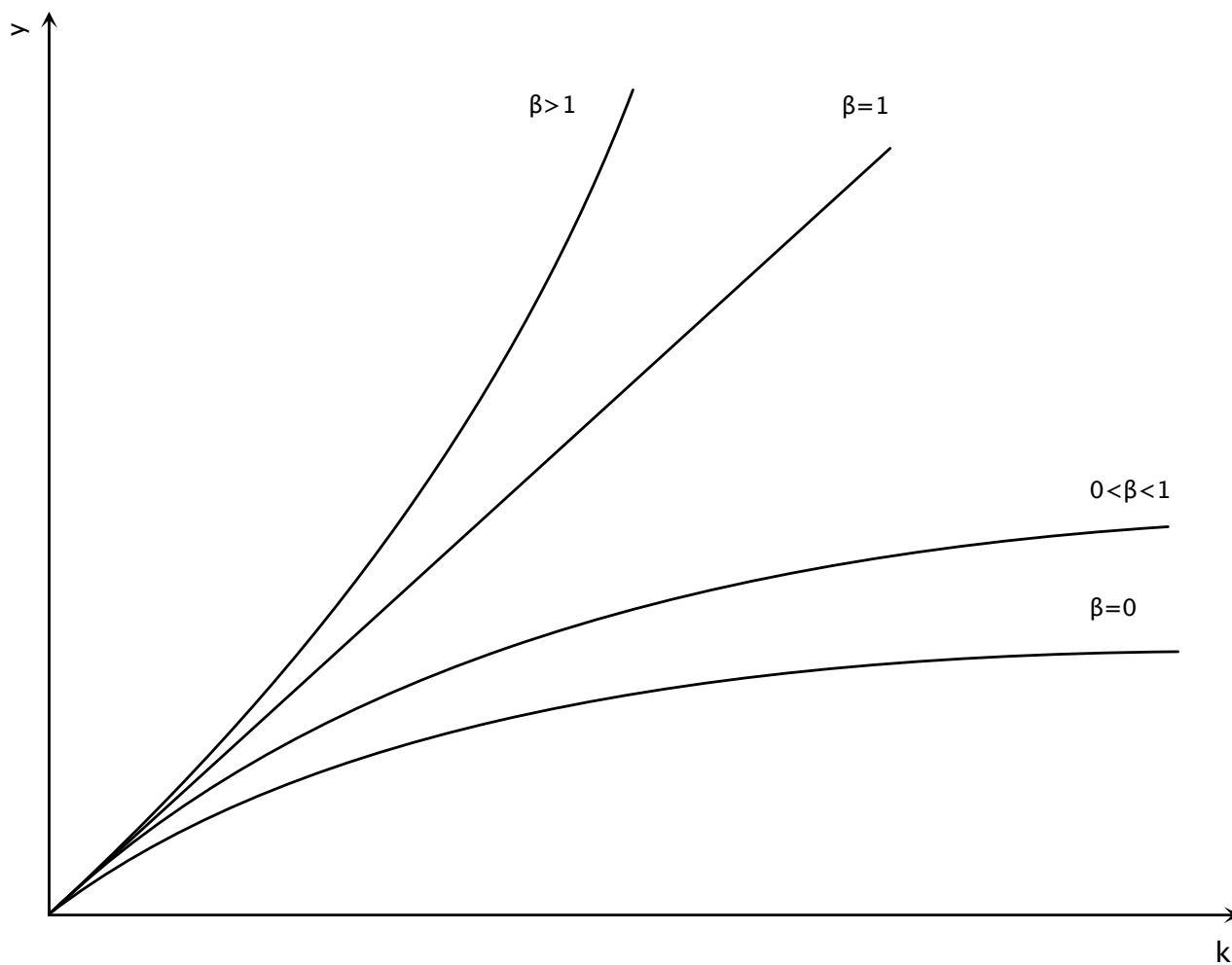
5.11 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύσαμε ένα υπόδειγμα ενδογενούς μεγέθυνσης το οποίο αντί να βασίζεται στην υπόθεση της εξωγενούς βελτίωσης της αποδοτικότητας της εργασίας, βασίζεται στην υπόθεση των εξωτερικών επιδράσεων της συσσώρευσης του κεφαλαίου, ή της μεγέθυνσης του συνολικού εισοδήματος, στην αποδοτικότητα της εργασίας.

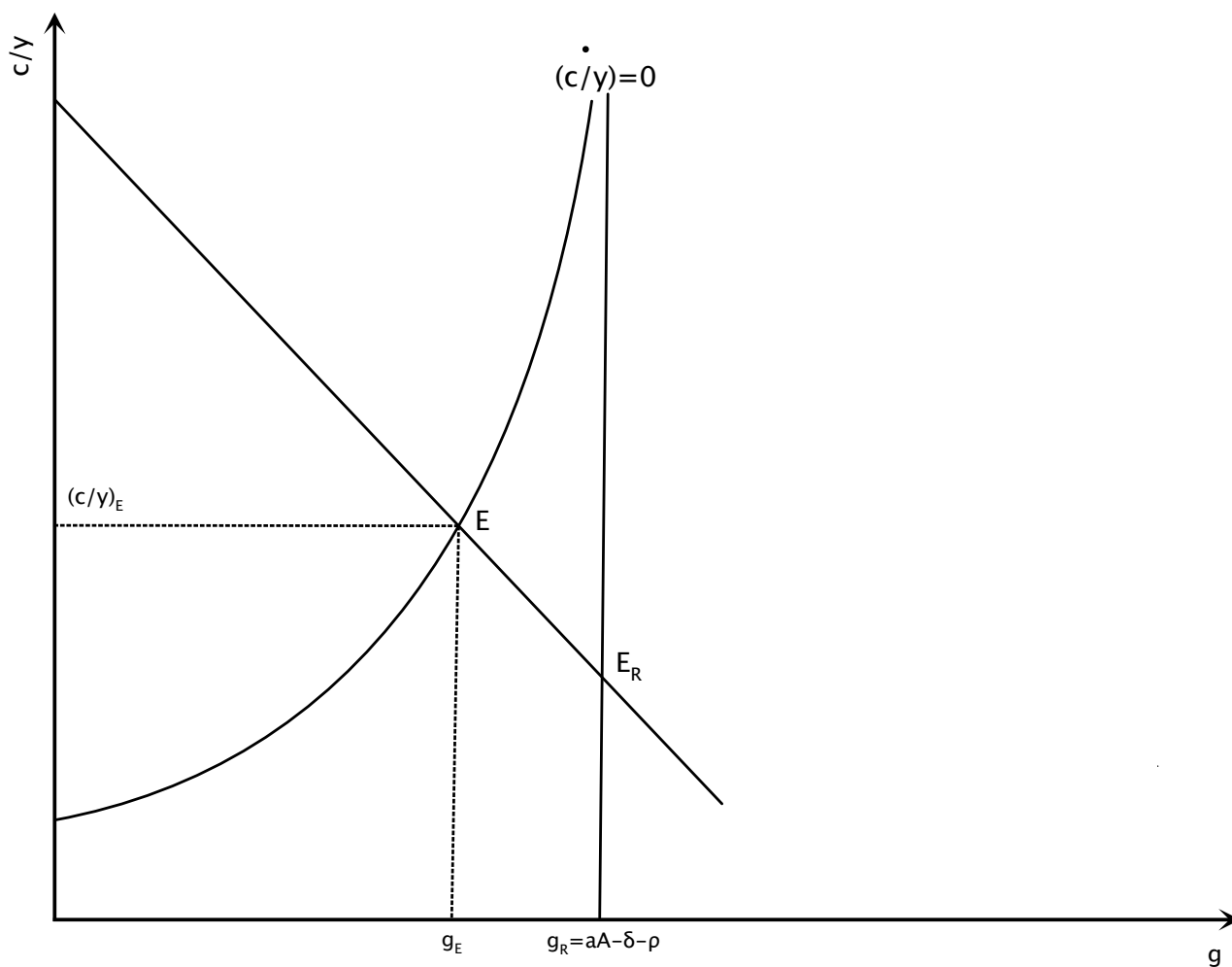
Η βασική ιδέα που κινεί αυτό το υπόδειγμα οφείλεται στον Arrow (1962), και η ανάλυση των επιπτώσεων αυτής της ιδέας για την θεωρία της ενδογενούς μεγέθυνσης οφείλεται στον Romer (1986).

Παρουσιάσαμε επίσης ένα παρόμοιο υπόδειγμα το οποίο βασίζεται στην υπόθεση ότι η αποδοτικότητα της εργασίας εξαρτάται από δαπάνες για εκπαίδευση και κατάρτιση των εργαζομένων, οι οποίες αυξάνονται αναλογικά με την αύξηση του συνολικού εισοδήματος. Ο συντελεστής των δαπανών για εκπαίδευση και κατάρτιση, η οποία έχει θετική επίπτωση στην αποδοτικότητα της εργασίας, οδηγεί σε σταθερές αποδόσεις στη συσσώρευση του φυσικού κεφαλαίου, καθώς η συσσώρευση του φυσικού κεφαλαίου συνοδεύεται από αντίστοιχη συσσώρευση ανθρωπίνου κεφαλαίου.

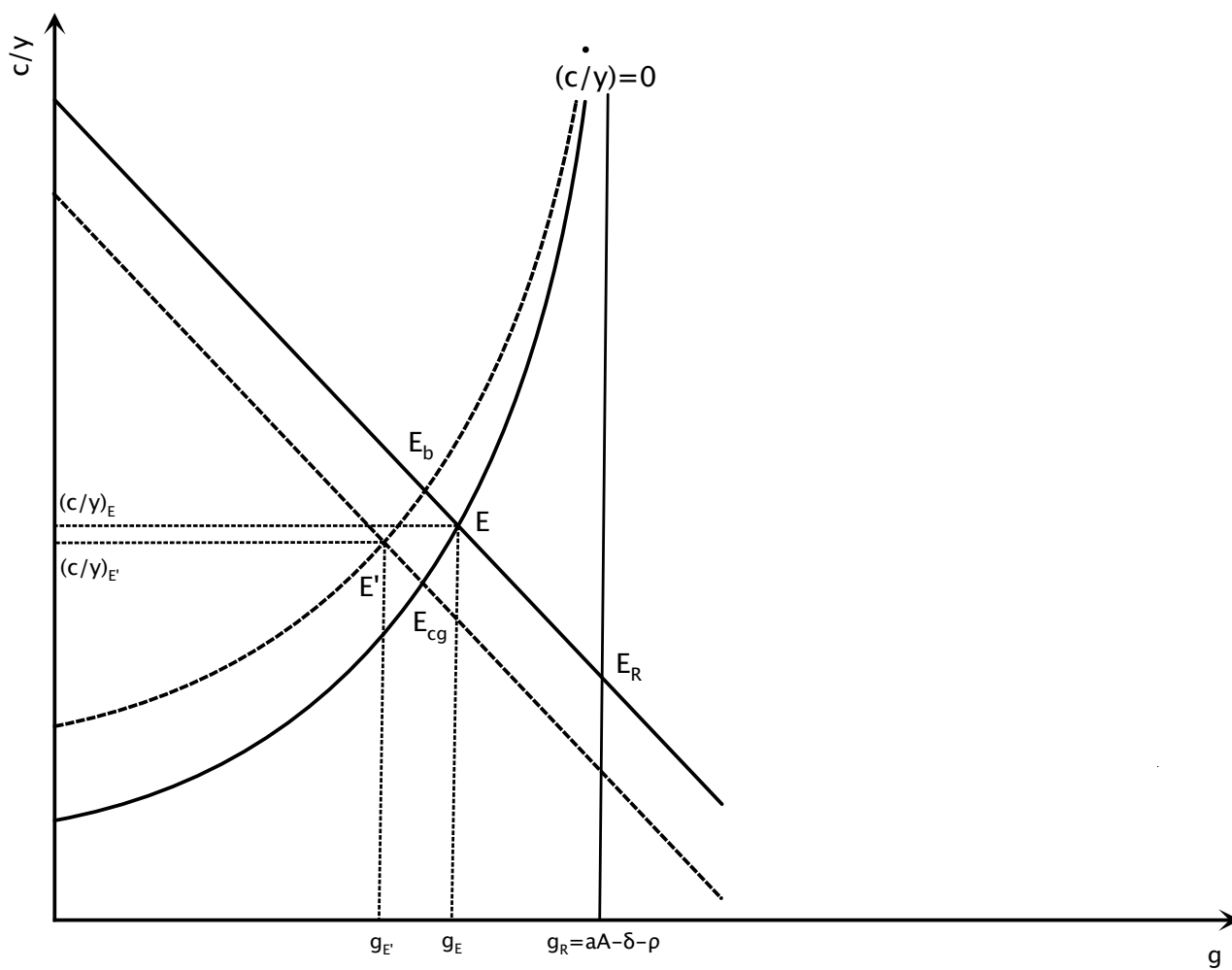
Διάγραμμα 5.1
Η Συνάρτηση Παραγωγής για Διαφορετικές Τιμές του β



Διάγραμμα 5.2
Ο Προσδιορισμός της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Ρυθμού Μεγέθυνσης



Διάγραμμα 5.3
Ο Προσδιορισμός της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Ρυθμού Μεγέθυνσης
με Δημόσια Κατανάλωση και Δημόσιο Χρέος



Παραπομπές

- Arrow K.J. (1962), “The Economic Implications of Learning by Doing”, *Review of Economic Studies*, 29, pp. 155-173.
- Barro R.J. (1974), “Are Government Bonds Net Wealth”, *Journal of Political Economy*, 82, pp. 1095-1117.
- Blanchard O.J. (1985), “Debts, Deficits and Finite Horizons”, *Journal of Political Economy*, 93, pp. 223-247.
- Diamond P. (1965), “National Debt in a Neoclassical Growth Model”, *American Economic Review*, 55, pp. 1126-1150.
- Lucas R.E. Jr (1988), “On the Mechanics of Economic Development”, *Journal of Monetary Economics*, 22, pp. 3-42.
- Ramsey F. (1928), “A Mathematical Theory of Saving”, *Economic Journal*, 38, pp. 543-559.
- Romer Paul (1986), “Increasing Returns and Long Run Growth”, *Journal of Political Economy*, 94, pp. 1002-1037.
- Weil P. (1989), “Overlapping Families of Infinitely-Lived Agents”, *Journal of Public Economics*, 38, pp. 183-198.