

# Χρηματοοικονομική Διοίκηση στην Υγεία Αξία Χρήματος

Ιορδάνης Ελευθεριάδης



# Θεωρία αξίας του χρήματος

- Παρούσα Αξία
- Μελλοντική αξία
- Απλός και Σύνθετος Τόκος
- Υπολογισμός Επιτοκίων
- Ονομαστικά και Πραγματικά επιτόκια



# Χρονική Αξία του Χρήματος

Το χρηματικό κεφάλαιο αποτελεί συντελεστή της παραγωγής και για τη συμβολή του στην παραγωγή έχει μια αμοιβή τον τόκο. Ο τόκος εξαρτάται από τον χρόνο απασχόλησης του χρηματικού κεφαλαίου. Επομένως τα χρηματικά ποσά που υπεισέρχονται στον υπολογισμό της αξίας μιας επένδυσης θα πρέπει να αναφέρονται σε συγκεκριμένες ημερομηνίες ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός της αξίας τους. Ο υπολογισμός του τόκου γίνεται με βάση το επιτόκιο, το οποίο εκφράζεται ως ποσοστό και ορίζεται ως ο τόκος των 100€ για ένα έτος





# Υπολογισμός τόκου

Ένα άτομο μπορεί να καταθέσει σήμερα σε μια τράπεζα ένα χρηματικό ποσό  $K_0$  για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο και με τη λήξη της περιόδου αυτής να κάνει μια ανάληψη ενός μεγαλύτερου χρηματικού ποσού  $K_t$ . Η διαφορά μεταξύ του ποσού που θα εισπράξει και του ποσού που κατέθεσε είναι ο τόκος.

$$T = K_t - K_0$$

$$T = K_0 * \varepsilon$$

Όπου  $\varepsilon$  το επιτόκιο που ισχύει για την συγκεκριμένη χρονική περίοδο

# Ο άξονας του χρόνου

Μια πολύ χρήσιμη μέθοδος για να διατυπώσουμε εξισώσεις αξίας χρηματικών κεφαλαίων είναι η χρησιμοποίηση του άξονα του χρόνου, ο οποίος είναι μια ευθεία γραμμή στην οποία σημειώνουμε τις χρονικές περιόδους. Στον άξονα του χρόνου μπορούμε να τοποθετήσουμε τα διάφορα χρηματικά ποσά που συμπεριλαμβάνονται στο πρόβλημα στις αντίστοιχες ημερομηνίες αναφοράς τους καθώς και την περίοδο κεφαλαιοποίησης του τόκου (περίοδος ανατοκισμού), και την ημερομηνία αξιολόγησης που συμβολίζεται με ●, στην οποία τα διάφορα ποσά συγκρίνονται ή προσδιορίζεται η ισοδυναμία τους







# Σύνθετος & Απλός Τόκος

- **Σύνθετος τόκος (ανατοκισμός).** Ο τόκος που παράγεται από ένα χρηματικό κεφάλαιο σε μια περίοδο κεφαλαιοποιείται και είναι τοκοφόρος στην επόμενη χρονική περίοδο.
- **Απλός τόκος.** Ο τόκος που παράγεται σε μια περίοδο δεν κεφαλαιοποιείται και, επομένως, δεν είναι τοκοφόρος στην επόμενη χρονική περίοδο. Δηλαδή στην περίπτωση αυτή το αρχικό κεφάλαιο παραμένει, αμετάβλητο και παράγει τον ίδιο τόκο σε κάθε χρονική περίοδο. Η χρονική διάρκεια της επένδυσης είναι μικρότερη του ενός έτους.



# Ένα Παράδειγμα

Έστω ότι η επιχείρηση ΕΛΒΟ δανείζεται από την τράπεζα, 20 εκατ. ευρώ για 2 έτη και συμφωνεί να πληρώνει τόκο προς ετήσιο επιτόκιο 5%. Υποθέτοντας ότι οι τόκοι δεν καταβάλλονται κατά τη διάρκεια των 2 ετών, ζητείται να προσδιοριστεί το χρέος στην τράπεζα στο τέλος καθενός από τα προσεχή δύο έτη.

$$T = K_0 * \varepsilon, K_0 = 20 \text{ εκατ.}, \varepsilon = 0,05, K_1 = 0,05*(20) = 1,0 \text{ εκατ. Ευρώ}$$

Επομένως, στο τέλος του πρώτου έτους η υποχρέωση της επιχείρησης ΕΛΒΟ είναι το αρχικό δάνειο των 20 εκατ. ευρώ συν τον τόκο που οφείλει, δηλ.

$$20,0 + 0,05 (20,0) = 20 (1+0,05) = 21,0 \text{ εκατ. Ευρώ}$$

Η τράπεζα θα απαιτήσει τόκο κατά το δεύτερο έτος επί του συνολικού χρέους της επιχείρησης, όπως αυτό έχει διαμορφωθεί στο τέλος του πρώτου έτους. Αυτό σημαίνει ότι το χρέος της επιχείρησης στο τέλος του δεύτερου έτους θα διαμορφωθεί στο ύψος των

$$21 + 0,05(21) = 21(1 + 0,05) = 22,05 \text{ εκατ. Ευρώ}$$

Γενικεύοντας, αν  $K_0$  είναι το αρχικό κεφάλαιο και  $\varepsilon$  είναι το επιτόκιο για μια δεδομένη χρονική περίοδο η αξία του κεφαλαίου στο τέλος της περιόδου αυτής είναι

$$K_0 + K_0\varepsilon = K_0*(1+\varepsilon)$$



# Μελλοντική Αξία

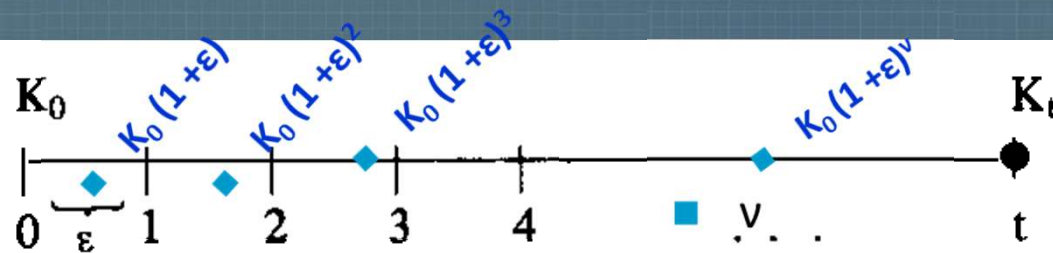
Για να βρούμε την αξία ενός χρηματικού κεφαλαίου  $K_0$  μία περίοδο μετά, προς επιτόκιο  $\varepsilon$  ανά περίοδο, πολλαπλασιάζουμε απλώς το  $K_0$  με τον συντελεστή  $(1 + \varepsilon)$ . Για να βρούμε την αξία του χρηματικού κεφαλαίου  $K_0$  στο τέλος των  $n$  περιόδων προς επιτόκιο  $\varepsilon$  ανά περίοδο, πρέπει να πολλαπλασιάσουμε το  $K_0$  επί το συντελεστή  $(1 + \varepsilon)$   $n$  διαδοχικές φορές, λαμβάνοντας κάθε φορά

$$K_0 (1 + \varepsilon), K_0 (1 + \varepsilon)^2, K_0 (1 + \varepsilon)^3, \dots, K_0 (1 + \varepsilon)^n$$

Η αξία του χρηματικού κεφαλαίου  $K_0$  στο τέλος των  $t$  περιόδων,  $t = 1, 2, \dots, n$  λέγεται τελική αξία του  $K_0$  και συμβολίζεται με  $K_t$ .

$$K_t = K_0 * (1 + \varepsilon)^t$$

Όπου  $\varepsilon$  είναι το επιτόκιο που αντιστοιχεί σε κάθε περίοδο ανατοκισμού και  $t$  ο αριθμός των περιόδων ανατοκισμού.





# Μελλοντική Αξία - εφαρμογή

Ας υποθέσουμε ότι ο αριθμός των περιόδων ανατοκισμού είναι  $t = 2$ . Έχουμε:

$$K_2 = K_0(1 + \varepsilon)^2$$

και μετά την ανάπτυξη του διώνυμου  $(1 + \varepsilon)^2$ , έχουμε

$$K_2 = K_0(1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2) = K_0 + 2K_0\varepsilon + K_0\varepsilon^2$$

Κάθε ένας από τους όρους που περιλαμβάνονται στο δεξιό μέρος της εξίσωσης εξηγεί και ένα μέρος της τελικής αξίας του χρηματικού κεφαλαίου  $K_0$  στο τέλος της δεύτερης χρονικής περιόδου. Συγκεκριμένα:

Ο πρώτος όρος δείχνει ότι το αρχικό χρηματικό κεφάλαιο  $K_0$

Ο δεύτερος όρος δείχνει ότι ο δανείζων (επενδυτής) δικαιούται να εισπράξει και αντίστοιχα ο δανειζόμενος (οφειλέτης) υποχρεούται να πληρώσει τόκο δύο περιόδων για το αρχικό χρηματικό κεφάλαιο  $K_0$  δηλαδή:  $(K_0\varepsilon) + (K_0\varepsilon)$ .

Τέλος, ο τρίτος όρος δείχνει ότι ο τόκος της πρώτης περιόδου  $(K_0\varepsilon)$  είναι και αυτός για τη δεύτερη περίοδο κεφάλαιο τοκοφόρο. Επομένως, ο δανείζων δικαιούται να εισπράξει και ο δανειζόμενος να πληρώσει στη δεύτερη περίοδο επιπλέον τον τόκο επί του τόκου που έχει παραχθεί στην πρώτη περίοδο, δηλαδή  $\varepsilon * T \varepsilon(K_0\varepsilon) = K_0\varepsilon^2$ .

# Μελλοντική Αξία

Είναι φανερό ότι η μελλοντική αξία αυξάνει όσο αυξάνει ο χρονικός ορίζοντας της επένδυσης και επιπλέον η μελλοντική αξία αυξάνει όσο αυξάνεται το επιτόκιο  $\epsilon$

## ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΑΞΙΑ 1€



ETH



# Πίνακας Μελλοντικής Αξίας

ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΑΞΙΑ ΕΝΟΣ ΕΥΡΩ ΠΟΥ ΛΑΜΒΑΝΕΤΑΙ ΣΗΜΕΡΑ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΤΗΣ n ΠΕΡΙΟΔΟΥ

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%
1	1,0100 €	1,0200 €	1,0300 €	1,0400 €	1,0500 €	1,0600 €	1,0700 €	1,0800 €	1,0900 €	1,1000 €	1,1100 €	1,1200 €	1,1300 €	1,1400 €
2	1,0201 €	1,0404 €	1,0609 €	1,0816 €	1,1025 €	1,1236 €	1,1449 €	1,1664 €	1,1881 €	1,2100 €	1,2321 €	1,2544 €	1,2769 €	1,2996 €
3	1,0303 €	1,0612 €	1,0927 €	1,1249 €	1,1576 €	1,1910 €	1,2250 €	1,2597 €	1,2950 €	1,3310 €	1,3676 €	1,4049 €	1,4429 €	1,4815 €
4	1,0406 €	1,0824 €	1,1255 €	1,1699 €	1,2155 €	1,2625 €	1,3108 €	1,3605 €	1,4116 €	1,4641 €	1,5181 €	1,5735 €	1,6305 €	1,6890 €
5	1,0510 €	1,1041 €	1,1593 €	1,2167 €	1,2763 €	1,3382 €	1,4026 €	1,4693 €	1,5386 €	1,6105 €	1,6851 €	1,7623 €	1,8424 €	1,9254 €
6	1,0615 €	1,1262 €	1,1941 €	1,2653 €	1,3401 €	1,4185 €	1,5007 €	1,5869 €	1,6771 €	1,7716 €	1,8704 €	1,9738 €	2,0820 €	2,1950 €
7	1,0721 €	1,1487 €	1,2299 €	1,3159 €	1,4071 €	1,5036 €	1,6058 €	1,7138 €	1,8280 €	1,9487 €	2,0762 €	2,2107 €	2,3526 €	2,5023 €
8	1,0829 €	1,1717 €	1,2668 €	1,3686 €	1,4775 €	1,5938 €	1,7182 €	1,8509 €	1,9926 €	2,1436 €	2,3045 €	2,4760 €	2,6584 €	2,8526 €
9	1,0937 €	1,1951 €	1,3048 €	1,4233 €	1,5513 €	1,6895 €	1,8385 €	1,9990 €	2,1719 €	2,3579 €	2,5580 €	2,7731 €	3,0040 €	3,2519 €
10	1,1046 €	1,2190 €	1,3439 €	1,4802 €	1,6289 €	1,7908 €	1,9672 €	2,1589 €	2,3674 €	2,5937 €	2,8394 €	3,1058 €	3,3946 €	3,7072 €
11	1,1157 €	1,2434 €	1,3842 €	1,5395 €	1,7103 €	1,8983 €	2,1049 €	2,3316 €	2,5804 €	2,8531 €	3,1518 €	3,4785 €	3,8359 €	4,2262 €
12	1,1268 €	1,2682 €	1,4258 €	1,6010 €	1,7959 €	2,0122 €	2,2522 €	2,5182 €	2,8127 €	3,1384 €	3,4985 €	3,8960 €	4,3345 €	4,8179 €
13	1,1381 €	1,2936 €	1,4685 €	1,6651 €	1,8856 €	2,1329 €	2,4098 €	2,7196 €	3,0658 €	3,4523 €	3,8833 €	4,3635 €	4,8980 €	5,4924 €
14	1,1495 €	1,3195 €	1,5126 €	1,7317 €	1,9799 €	2,2609 €	2,5785 €	2,9372 €	3,3417 €	3,7975 €	4,3104 €	4,8871 €	5,5348 €	6,2613 €
15	1,1610 €	1,3459 €	1,5580 €	1,8009 €	2,0789 €	2,3966 €	2,7590 €	3,1722 €	3,6425 €	4,1772 €	4,7846 €	5,4736 €	6,2543 €	7,1379 €
16	1,1726 €	1,3728 €	1,6047 €	1,8730 €	2,1829 €	2,5404 €	2,9522 €	3,4259 €	3,9703 €	4,5950 €	5,3109 €	6,1304 €	7,0673 €	8,1372 €
17	1,1843 €	1,4002 €	1,6528 €	1,9479 €	2,2920 €	2,6928 €	3,1588 €	3,7000 €	4,3276 €	5,0545 €	5,8951 €	6,8660 €	7,9861 €	9,2765 €
18	1,1961 €	1,4282 €	1,7024 €	2,0258 €	2,4066 €	2,8543 €	3,3799 €	3,9960 €	4,7171 €	5,5599 €	6,5436 €	7,6900 €	9,0243 €	10,5752 €
19	1,2081 €	1,4568 €	1,7535 €	2,1068 €	2,5270 €	3,0256 €	3,6165 €	4,3157 €	5,1417 €	6,1159 €	7,2633 €	8,6128 €	10,1974 €	12,0557 €
20	1,2202 €	1,4859 €	1,8061 €	2,1911 €	2,6533 €	3,2071 €	3,8697 €	4,6610 €	5,6044 €	6,7275 €	8,0623 €	9,6463 €	11,5231 €	13,7435 €
21	1,2324 €	1,5157 €	1,8603 €	2,2788 €	2,7860 €	3,3996 €	4,1406 €	5,0338 €	6,1088 €	7,4002 €	8,9492 €	10,8038 €	13,0211 €	15,6676 €
22	1,2447 €	1,5460 €	1,9161 €	2,3699 €	2,9253 €	3,6035 €	4,4304 €	5,4365 €	6,6586 €	8,1403 €	9,9336 €	12,1003 €	14,7138 €	17,8610 €
23	1,2572 €	1,5769 €	1,9736 €	2,4647 €	3,0715 €	3,8197 €	4,7405 €	5,8715 €	7,2579 €	8,9543 €	11,0263 €	13,5523 €	16,6266 €	20,3616 €
24	1,2697 €	1,6084 €	2,0328 €	2,5633 €	3,2251 €	4,0489 €	5,0724 €	6,3412 €	7,9111 €	9,8497 €	12,2392 €	15,1786 €	18,7881 €	23,2122 €
25	1,2824 €	1,6406 €	2,0938 €	2,6658 €	3,3864 €	4,2919 €	5,4274 €	6,8485 €	8,6231 €	10,8347 €	13,5855 €	17,0001 €	21,2305 €	26,4619 €
26	1,2953 €	1,6734 €	2,1566 €	2,7725 €	3,5557 €	4,5494 €	5,8074 €	7,3964 €	9,3992 €	11,9182 €	15,0799 €	19,0401 €	23,9905 €	30,1666 €
27	1,3082 €	1,7069 €	2,2213 €	2,8834 €	3,7335 €	4,8223 €	6,2139 €	7,9881 €	10,2451 €	13,1100 €	16,7386 €	21,3249 €	27,1093 €	34,3899 €
28	1,3213 €	1,7410 €	2,2879 €	2,9987 €	3,9201 €	5,1117 €	6,6488 €	8,6271 €	11,1671 €	14,4210 €	18,5799 €	23,8839 €	30,6335 €	39,2045 €
29	1,3345 €	1,7758 €	2,3566 €	3,1187 €	4,1161 €	5,4184 €	7,1143 €	9,3173 €	12,1722 €	15,8631 €	20,6237 €	26,7499 €	34,6158 €	44,6931 €



# Μελλοντική Αξία - Παραδείγματα

Να προσδιοριστεί η μελλοντική αξία ενός αρχικού κεφαλαίου 5 εκατ. ευρώ στο τέλος των 4 ετών, όταν το επιτόκιο είναι  $\epsilon = 0,08$  ετησίως.

$$K_t = 5 * (1 + 0,08)^4 = 6.802.445$$

Να προσδιοριστεί η μελλοντική αξία ενός αρχικού κεφαλαίου 12 εκατ. ευρώ στο τέλος των 2 ετών, όταν το επιτόκιο είναι  $\epsilon = 5\%$  ανά εξάμηνο.

$$K_t = 12 * (1,05)^4 = 14.586.075$$



# Μελλοντική Αξία - Παραδείγματα

Ζητείται να προσδιοριστεί η τελική αξία ενός αρχικού κεφαλαίου 2,5 εκατ. ευρώ στο τέλος του εξαμήνου, όταν το επιτόκιο είναι 8% ετησίως.

$$K_{1/2} = 2,5 (1,08)^{1/2}$$

$$= 2,5 (1,03923) = 2,598 \text{ εκατ. ευρώ}$$

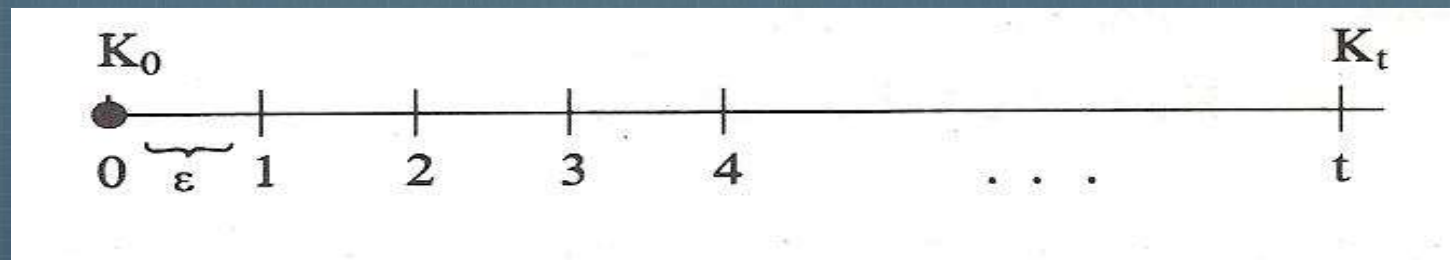
	A	B	C	D
1	ΠΑ	2.500.000		
2	επιτόκιο	0,08		
3	Αριθμός Περιόδων	0,5		
4	ΤΑ	2.598.076,21 €	=-FV(B2;B3;;B1)	
5	τύπος	0		
6				

# Παρούσα Αξία

Το αρχικό κεφάλαιο  $K_0$ , το οποίο ανατοκιζόμενο επί  $t$  περιόδους προς επιτόκιο  $\varepsilon$  ανά περίοδο, θα δώσει ένα χρηματικό κεφάλαιο  $K_t$  στο τέλος των  $t$  περιόδων. Το χρηματικό κεφάλαιο  $K_0$  λέγεται προεξοφλημένη αξία ή ανηγμένη αξία ή παρούσα αξία του  $K_t$ . Δίνεται από τη σχέση:

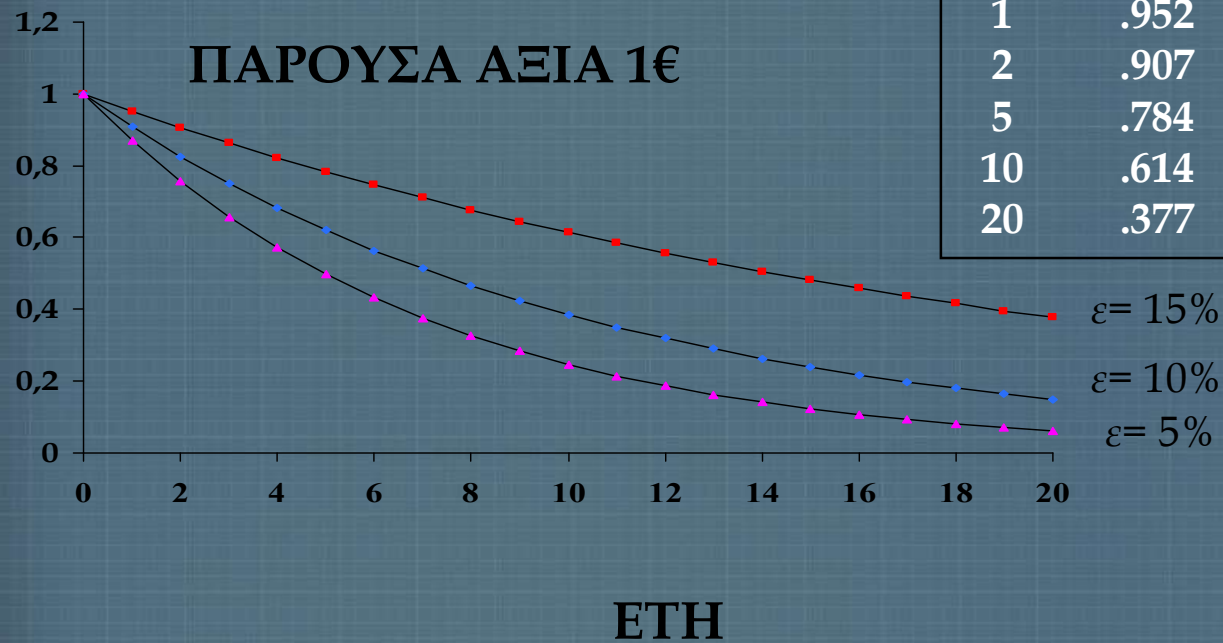
$$K_0 = K_t(1 + \varepsilon)^{-t} \quad \text{ή} \quad K_0 = \frac{K_t}{(1 + \varepsilon)^t}$$

Είναι η έκφραση  $(1 + \varepsilon)^{-t}$  λέγεται συντελεστής προεξόφλησης ή αναγωγής σε παρούσα αξία και το επιτόκιο  $\varepsilon$  λέγεται στην περίπτωση αυτή επιτόκιο προεξόφλησης ή αναγωγής





# Παρούσα Αξία



ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ			
ΕΤΗ	5%	10%	15%
1	.952	.909	.870
2	.907	.826	.756
5	.784	.621	.497
10	.614	.386	.247
20	.377	.149	.061

Είναι φανερό ότι η παρούσα αξία μειώνεται όσο αυξάνει το επιτόκιο  $\varepsilon$  και όσο πιο απομακρυσμένο χρονικά είναι το κεφάλαιο  $K_t$

# Πίνακας Παρούσας Αξίας

ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΕΝΟΣ ΕΥΡΩ ΠΟΥ ΛΑΜΒΑΝΕΤΑΙ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΤΗΣ n ΠΕΡΙΟΔΟΥ

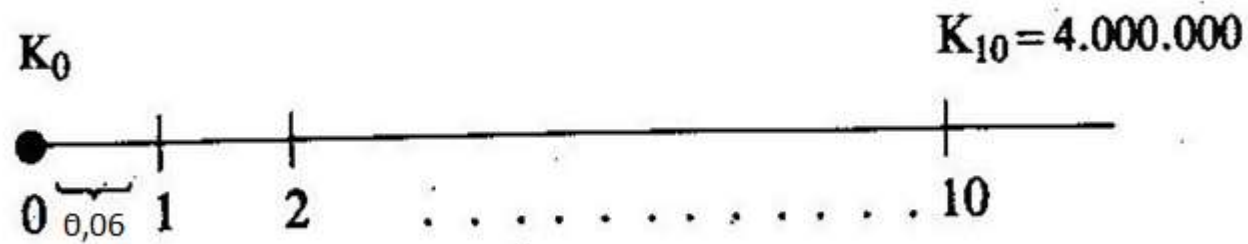
	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	17%
1	0,9901 €	0,9804 €	0,9709 €	0,9615 €	0,9524 €	0,9434 €	0,9346 €	0,9259 €	0,9174 €	0,9091 €	0,9009 €	0,8929 €	0,8850 €	0,8772 €	0,8696 €	0,8621 €	0,8547 €
2	0,9803 €	0,9612 €	0,9426 €	0,9246 €	0,9070 €	0,8900 €	0,8734 €	0,8573 €	0,8417 €	0,8264 €	0,8116 €	0,7972 €	0,7831 €	0,7695 €	0,7561 €	0,7432 €	0,7305 €
3	0,9706 €	0,9423 €	0,9151 €	0,8890 €	0,8638 €	0,8396 €	0,8163 €	0,7938 €	0,7722 €	0,7513 €	0,7312 €	0,7118 €	0,6931 €	0,6750 €	0,6575 €	0,6407 €	0,6244 €
4	0,9610 €	0,9238 €	0,8885 €	0,8548 €	0,8227 €	0,7921 €	0,7629 €	0,7350 €	0,7084 €	0,6830 €	0,6587 €	0,6355 €	0,6133 €	0,5921 €	0,5718 €	0,5523 €	0,5337 €
5	0,9515 €	0,9057 €	0,8626 €	0,8219 €	0,7835 €	0,7473 €	0,7130 €	0,6806 €	0,6499 €	0,6209 €	0,5935 €	0,5674 €	0,5428 €	0,5194 €	0,4972 €	0,4761 €	0,4561 €
6	0,9420 €	0,8880 €	0,8375 €	0,7903 €	0,7462 €	0,7050 €	0,6663 €	0,6302 €	0,5963 €	0,5645 €	0,5346 €	0,5066 €	0,4803 €	0,4556 €	0,4323 €	0,4104 €	0,3898 €
7	0,9327 €	0,8706 €	0,8131 €	0,7599 €	0,7107 €	0,6651 €	0,6227 €	0,5835 €	0,5470 €	0,5132 €	0,4817 €	0,4523 €	0,4251 €	0,3996 €	0,3759 €	0,3538 €	0,3332 €
8	0,9235 €	0,8535 €	0,7894 €	0,7307 €	0,6768 €	0,6274 €	0,5820 €	0,5403 €	0,5019 €	0,4665 €	0,4339 €	0,4039 €	0,3762 €	0,3506 €	0,3269 €	0,3050 €	0,2848 €
9	0,9143 €	0,8368 €	0,7664 €	0,7026 €	0,6446 €	0,5919 €	0,5439 €	0,5002 €	0,4604 €	0,4241 €	0,3909 €	0,3606 €	0,3329 €	0,3075 €	0,2843 €	0,2630 €	0,2434 €
10	0,9053 €	0,8203 €	0,7441 €	0,6756 €	0,6139 €	0,5584 €	0,5083 €	0,4632 €	0,4224 €	0,3855 €	0,3522 €	0,3220 €	0,2946 €	0,2697 €	0,2472 €	0,2267 €	0,2080 €
11	0,8963 €	0,8043 €	0,7224 €	0,6496 €	0,5847 €	0,5268 €	0,4751 €	0,4289 €	0,3875 €	0,3505 €	0,3173 €	0,2875 €	0,2607 €	0,2366 €	0,2149 €	0,1954 €	0,1778 €
12	0,8874 €	0,7885 €	0,7014 €	0,6246 €	0,5568 €	0,4970 €	0,4440 €	0,3971 €	0,3555 €	0,3186 €	0,2858 €	0,2567 €	0,2307 €	0,2076 €	0,1869 €	0,1685 €	0,1520 €
13	0,8787 €	0,7730 €	0,6810 €	0,6006 €	0,5303 €	0,4688 €	0,4150 €	0,3677 €	0,3262 €	0,2897 €	0,2575 €	0,2292 €	0,2042 €	0,1821 €	0,1625 €	0,1452 €	0,1299 €
14	0,8700 €	0,7579 €	0,6611 €	0,5775 €	0,5051 €	0,4423 €	0,3878 €	0,3405 €	0,2992 €	0,2633 €	0,2320 €	0,2046 €	0,1807 €	0,1597 €	0,1413 €	0,1252 €	0,1110 €
15	0,8613 €	0,7430 €	0,6419 €	0,5553 €	0,4810 €	0,4173 €	0,3624 €	0,3152 €	0,2745 €	0,2394 €	0,2090 €	0,1827 €	0,1599 €	0,1401 €	0,1229 €	0,1079 €	0,0949 €
16	0,8528 €	0,7284 €	0,6232 €	0,5339 €	0,4581 €	0,3936 €	0,3387 €	0,2919 €	0,2519 €	0,2176 €	0,1883 €	0,1631 €	0,1415 €	0,1229 €	0,1069 €	0,0930 €	0,0811 €
17	0,8444 €	0,7142 €	0,6050 €	0,5134 €	0,4363 €	0,3714 €	0,3166 €	0,2703 €	0,2311 €	0,1978 €	0,1696 €	0,1456 €	0,1252 €	0,1078 €	0,0929 €	0,0802 €	0,0693 €
18	0,8360 €	0,7002 €	0,5874 €	0,4936 €	0,4155 €	0,3503 €	0,2959 €	0,2502 €	0,2120 €	0,1799 €	0,1528 €	0,1300 €	0,1108 €	0,0946 €	0,0808 €	0,0691 €	0,0592 €
19	0,8277 €	0,6864 €	0,5703 €	0,4746 €	0,3957 €	0,3305 €	0,2765 €	0,2317 €	0,1945 €	0,1635 €	0,1377 €	0,1161 €	0,0981 €	0,0829 €	0,0703 €	0,0596 €	0,0506 €
20	0,8195 €	0,6730 €	0,5537 €	0,4564 €	0,3769 €	0,3118 €	0,2584 €	0,2145 €	0,1784 €	0,1486 €	0,1240 €	0,1037 €	0,0868 €	0,0728 €	0,0611 €	0,0514 €	0,0433 €
21	0,8114 €	0,6598 €	0,5375 €	0,4388 €	0,3589 €	0,2942 €	0,2415 €	0,1987 €	0,1637 €	0,1351 €	0,1117 €	0,0926 €	0,0768 €	0,0638 €	0,0531 €	0,0443 €	0,0370 €
22	0,8034 €	0,6468 €	0,5219 €	0,4220 €	0,3418 €	0,2775 €	0,2257 €	0,1839 €	0,1502 €	0,1228 €	0,1007 €	0,0826 €	0,0680 €	0,0560 €	0,0462 €	0,0382 €	0,0316 €
23	0,7954 €	0,6342 €	0,5067 €	0,4057 €	0,3256 €	0,2618 €	0,2109 €	0,1703 €	0,1378 €	0,1117 €	0,0907 €	0,0738 €	0,0601 €	0,0491 €	0,0402 €	0,0329 €	0,0270 €
24	0,7876 €	0,6217 €	0,4919 €	0,3901 €	0,3101 €	0,2470 €	0,1971 €	0,1577 €	0,1264 €	0,1015 €	0,0817 €	0,0659 €	0,0532 €	0,0431 €	0,0349 €	0,0284 €	0,0231 €
25	0,7798 €	0,6095 €	0,4776 €	0,3751 €	0,2953 €	0,2330 €	0,1842 €	0,1460 €	0,1160 €	0,0923 €	0,0736 €	0,0588 €	0,0471 €	0,0378 €	0,0304 €	0,0245 €	0,0197 €
26	0,7720 €	0,5976 €	0,4637 €	0,3607 €	0,2812 €	0,2198 €	0,1722 €	0,1352 €	0,1064 €	0,0839 €	0,0663 €	0,0525 €	0,0417 €	0,0331 €	0,0264 €	0,0211 €	0,0169 €
27	0,7644 €	0,5859 €	0,4502 €	0,3468 €	0,2678 €	0,2074 €	0,1609 €	0,1252 €	0,0976 €	0,0763 €	0,0597 €	0,0469 €	0,0369 €	0,0291 €	0,0230 €	0,0182 €	0,0144 €
28	0,7568 €	0,5744 €	0,4371 €	0,3335 €	0,2551 €	0,1956 €	0,1504 €	0,1159 €	0,0895 €	0,0693 €	0,0538 €	0,0419 €	0,0326 €	0,0255 €	0,0200 €	0,0157 €	0,0123 €
29	0,7493 €	0,5631 €	0,4243 €	0,3207 €	0,2429 €	0,1846 €	0,1406 €	0,1073 €	0,0822 €	0,0630 €	0,0485 €	0,0374 €	0,0289 €	0,0224 €	0,0174 €	0,0135 €	0,0105 €
30	0,7419 €	0,5521 €	0,4120 €	0,3083 €	0,2314 €	0,1741 €	0,1314 €	0,0994 €	0,0754 €	0,0573 €	0,0437 €	0,0334 €	0,0256 €	0,0196 €	0,0151 €	0,0116 €	0,0090 €
31	0,7346 €	0,5412 €	0,4000 €	0,2965 €	0,2204 €	0,1643 €	0,1228 €	0,0920 €	0,0691 €	0,0521 €	0,0394 €	0,0298 €	0,0226 €	0,0172 €	0,0131 €	0,0100 €	0,0077 €



# Παρούσα Αξία - Παραδείγματα

Ποιο χρηματικό ποσό θα πρέπει να κατατεθεί σήμερα προς επιτόκιο 6% για να σχηματισθεί κεφάλαιο 4.000.000 € στο τέλος του 10ου έτους;

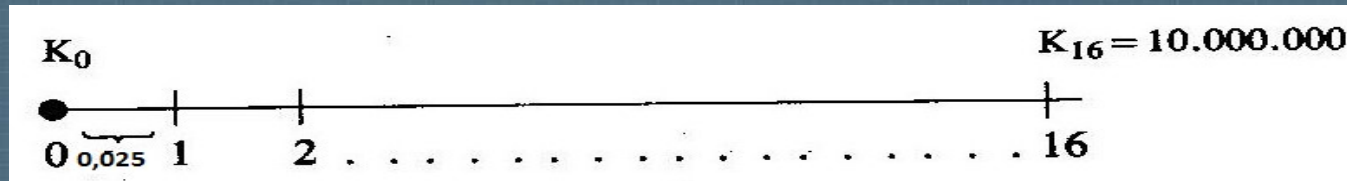
$$K_0 = 4.000.000 (1,06)^{-10} = 2.233.579$$



## Παράδειγμα 2

Ποιο είναι το χρηματικό ποσό που πρέπει να καταθέσουμε σήμερα σ' ένα λογαριασμό ταμιευτηρίου που δίνει τόκο προς 2,5% ανά εξάμηνο, ώστε να σχηματισθεί κεφάλαιο 10.000.000 ευρώ στο τέλος των 8 ετών;

Έχουμε τον εξής άξονα του χρόνου



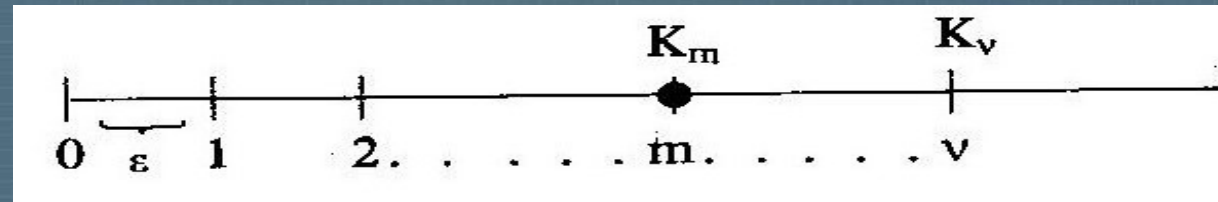
Στον πίνακα δεν υπάρχει το επιτόκιο 2,5%, επομένως θα υπολογίσουμε με την βοήθεια του excel ή ενός calculator το  $(1.025)^{-16} = 0,673625$ . Επομένως,

$$K_0 = 10.000.000(0,67363) = 6.736.250 \text{ ευρώ}$$

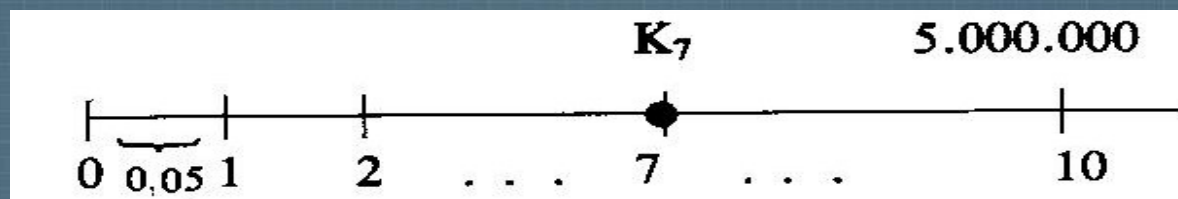


# Παρούσα Αξία - Παραδείγματα

Αν η τελική αξία ενός χρηματικού ποσού στο τέλος των 10 ετών είναι 5.000.000 €, να υπολογισθεί η αξία του στο τέλος των 7 ετών, όταν το επιτόκιο προεξόφλησης είναι 5%.



$$K_m = K_v(1 + \varepsilon)^{-(v - m)}$$

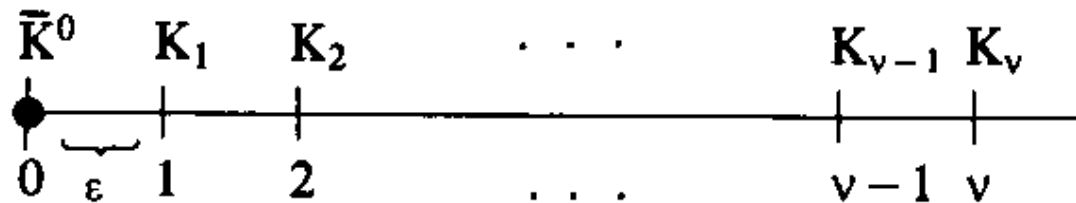


$$K_0' = 5.000.000 * (1,05)^{-3} = 4.319.188$$

# Ισοδυναμία χρηματικών κεφαλαίων

Ζητείται να προσδιοριστεί το χρηματικό κεφάλαιο, το οποίο είναι σήμερα, στον χρόνο 0, ισοδύναμο προς  $v$  χρηματικά κεφάλαια τα οποία οφείλονται αντίστοιχα στο τέλος των χρονικών περιόδων  $t = 1, 2, \dots, v$ , όταν το επιτόκιο είναι  $\varepsilon$ .

$$\bar{K}^0 = \sum_{t=1}^v K_t (1 + \varepsilon)^{-t}$$

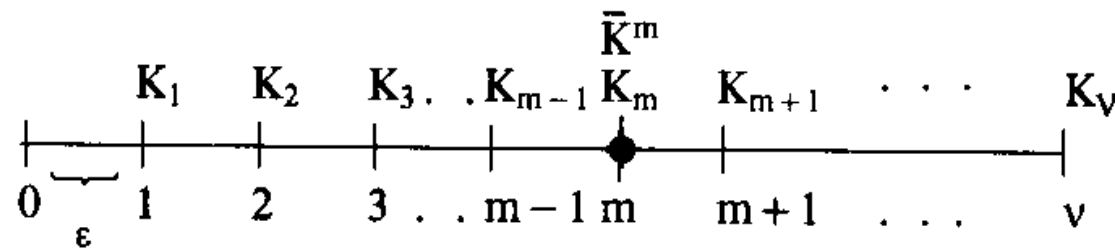




# Ισοδυναμία χρηματικών κεφαλαίων

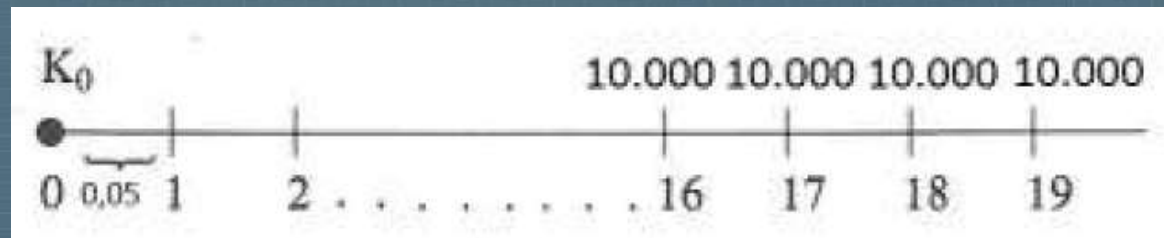
Γενικότερα, αν θέλουμε να υπολογίσουμε το χρηματικό κεφάλαιο, το οποίο είναι ισοδύναμο στην ημερομηνία αξιολόγησης  $m$  με  $v$  χρηματικά κεφάλαια τα οποία οφείλονται αντίστοιχα στο τέλος των χρονικών περιόδων  $t = 1, 2, \dots, m, \dots, v$ , όταν το επιτόκιο είναι  $\varepsilon$ :

$$\overline{K^m} = \sum_{t=1}^v K_t (1 + \varepsilon)^{m-t}$$



# Ισοδυναμία χρηματικών κεφαλαίων

Ένας παππούς επιθυμεί να καταθέσει ένα χρηματικό ποσό  $K_0$  κατά την ημέρα της γέννησης της εγγονής του, ώστε να μπορούν να πληρωθούν τα δίδακτρα της στο κολλέγιο που θα είναι 10.000 ευρώ ετησίως, όταν αυτή θα είναι 16, 17, 18 και 19 ετών. Ζητείται να προσδιοριστεί το χρηματικό αυτό ποσό όταν το επιτόκιο είναι 5% ετησίως.



$$\begin{aligned}
 K_0 &= 10.000(1,05)^{-16} + 10.000(1,05)^{-17} + 10.000(1,05)^{-18} + \dots + 10.000(1,05)^{-19} \\
 &= 10.000[(1,05)^{-16} + (1,05)^{-17} + (1,05)^{-18} + \dots + (1,05)^{-19}] \\
 &= 10.000(0,45811 + 0,43630 + 0,41552 + 0,39573) = 17056,6 \text{ ευρώ}
 \end{aligned}$$

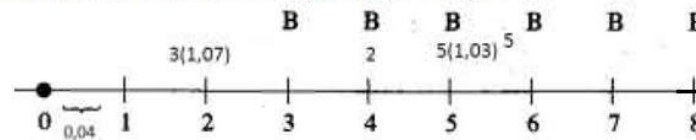
Ηλικία	Αξία χρηματικού κεφαλαίου στην αρχή τον έτους	Ετήσιος τόκος	Αξία χρηματικού κεφαλαίου στο τέλος του έτους	Πληρωμή ετήσιων διδάκτρων
0	17.056,6			
16			37.232,42	10.000
17	27.232,42	1.361,62	28.594,04	10.000
18	18.594,04	929,70	19.523,74	10.000
19	9.523,74	476,18	9999,93	10.000



# Αντικατάσταση οφειλής από $n$ ίσες δόσεις

Ο Α. Ανδρέου οφείλει στο Β. Βασιλείου τα εξής τρία ποσά. α) 2 εκατ. ευρώ που πρέπει να καταβληθούν μετά δύο έτη χωρίς τόκο, β) 3 εκατ. ευρώ που πρέπει να καταβληθούν μετά ένα έτος προς επιτόκιο 7%, και γ) 5 εκατ. ευρώ που πρέπει να καταβληθούν σε 2,5 έτη προς εξαμηνιαίο επιτόκιο 3%. Συμφωνείται όπως ο Ανδρέου εξοφλήσει το συνολικό χρέος του προς τον Βασιλείου σε 6 ίσες εξαμηνιαίες δόσεις, Β, η πρώτη των οποίων θα καταβληθεί στο τέλος του τρίτου εξαμήνου, προς εξαμηνιαίο επιτόκιο 4%. Ζητείται να προσδιοριστεί το ποσό της δόσης Β.

Για το πρόβλημα αυτό έχουμε τον εξής άξονα του χρόνου.



$$B(1+\varepsilon)^{-3}+B(1+\varepsilon)^{-4}+B(1+\varepsilon)^{-5}+B(1+\varepsilon)^{-6}+B(1+\varepsilon)^{-7}+B(1+\varepsilon)^{-8} ]=$$

$$B[(1+\varepsilon)^{-3}+(1+\varepsilon)^{-4}+(1+\varepsilon)^{-5}+(1+\varepsilon)^{-6}+(1+\varepsilon)^{-7}+(1+\varepsilon)^{-8} ]=$$

$$B[(1+0,04)^{-3}+(1+0,04)^{-4}+(1+0,04)^{-5}+(1+0,04)^{-6}+(1+0,04)^{-7}+(1+0,04)^{-8} ]=$$

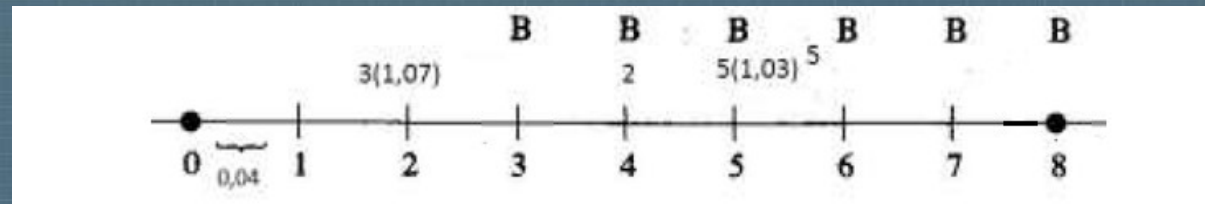
$$B*[0,8890 + 0,8548 + 0,8219 + 0,7903 + 0,7599 + 0,7307] = 4,8467*B$$

$$3*(1,07)* (1+0,04)^{-2} + 2* (1+0,04)^{-4} + 5*(1,03)^5*(1+0,04)^{-5}=$$

$$3,21*(1+0,04)^{-2} + 2*(1+0,04)^{-4} + 5,796*(1+0,04)^{-5} = 2,97+1,71+4,76 = 9,44$$

# Αντικατάσταση οφειλής από $n$ ίσες δόσεις

Ο Α. Ανδρέου οφείλει στο Β. Βασιλείου τα εξής τρία ποσά. α) 2 εκατ. ευρώ που πρέπει να καταβληθούν μετά δύο έτη χωρίς τόκο, β) 3 εκατ. ευρώ που πρέπει να καταβληθούν μετά ένα έτος προς επιτόκιο 7%, και γ) 5 εκατ. ευρώ που πρέπει να καταβληθούν σε 2,5 έτη προς εξαμηνιαίο επιτόκιο 3%. Συμφωνείται όπως ο Ανδρέου εξοφλήσει το συνολικό χρέος του προς τον Βασιλείου σε 6 ίσες εξαμηνιαίες δόσεις, Β, η πρώτη των οποίων θα καταβληθεί στο τέλος του τρίτου εξαμήνου, προς εξαμηνιαίο επιτόκιο 4%. Ζητείται να προσδιοριστεί το ποσό της δόσης Β.



$$B+B(1+\varepsilon)^1+B(1+\varepsilon)^2+B(1+\varepsilon)^3+B(1+\varepsilon)^4+B(1+\varepsilon)^5=$$

$$B[1+(1+\varepsilon)^1+B(1+\varepsilon)^2+B(1+\varepsilon)^3+B(1+\varepsilon)^4+B(1+\varepsilon)^5]=$$

$$B*[1+(1+0,04)^1+B(1+0,04)^2+B(1+0,04)^3+B(1+0,04)^4+B(1+0,04)^5]=$$

$$B*[1+1,0400 + 1,0816 + 1,1249 + 1,1699 + 1,2167] = 6,6730*B$$

$$3*(1,07)* (1+0,04)^6 + 2* (1+0,04)^4 + 5*(1,03)^5*(1+0,04)^3=$$

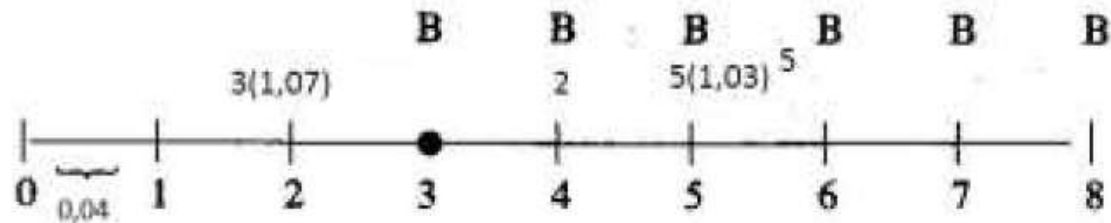
$$3,21*(1+0,04)^6 + 2*(1+0,04)^4 + 5,796*(1+0,04)^3 = 2,97+1,71+4,76 = 12,92_{24}$$



# Αντικατάσταση οφειλής από $n$ ίσες δόσεις

Ο Α. Ανδρέου οφείλει στο Β. Βασιλείου τα εξής τρία ποσά. α) 2 εκατ. ευρώ που πρέπει να καταβληθούν μετά δύο έτη χωρίς τόκο, β) 3 εκατ. ευρώ που πρέπει να καταβληθούν μετά ένα έτος προς επιτόκιο 7%, και γ) 5 εκατ. ευρώ που πρέπει να καταβληθούν σε 2,5 έτη προς εξαμηνιαίο επιτόκιο 3%. Συμφωνείται όπως ο Ανδρέου εξοφλήσει το συνολικό χρέος του προς τον Βασιλείου σε 6 ίσες εξαμηνιαίες δόσεις, Β, η πρώτη των οποίων θα καταβληθεί στο τέλος του τρίτου εξαμήνου, προς εξαμηνιαίο επιτόκιο 4%. Ζητείται να προσδιοριστεί το ποσό της δόσης Β.

Για το πρόβλημα αυτό έχουμε τον εξής άξονα του χρόνου.



$$B[1+(1,04)^{-1}+(1,04)^{-2}+(1,04)^{-3}+(1,04)^{-4}+(1,04)^{-5}] \\ =3(1,07)(1,04)+2(1,04)^{-1}+5(1,03)^5(1,04)^{-2}$$

$$B = \frac{3(1,07)(1,04)+2(1,04)^{-1}+5(1,03)^5(1,04)^{-2}}{5,45182} = \frac{10,62054}{5,45182} = 1,94807 \text{ εκατ. ευρώ}$$





# Προσδιορισμός του χρόνου και ΤΟΥ ΕΠΙΤΟΚΙΟΥ

Αν ένα χρηματικό κεφάλαιο  $K_0$  κατατεθεί στον χρόνο 0 και μετά από  $t$  περιόδους σχηματισθεί ένα χρηματικό κεφάλαιο  $K_t$  ποιο είναι το επιτόκιο ανά περίοδο με το οποίο έγινε ο ανατοκισμός;

$$\varepsilon = \text{anti ln} \left( \frac{\ln \left( \frac{K_t}{K_0} \right)}{t} \right) - 1$$

Πόσες περίοδοι απαιτούνται, ώστε ένα χρηματικό κεφάλαιο  $K_0$  ανατοκιζόμενο προς επιτόκιο  $\varepsilon$  ανά περίοδο, να γίνει  $K_t$ ;

$$t = \frac{\ln(K_t) - \ln(K_0)}{\ln(1 + \varepsilon)}$$



# Προσδιορισμός του χρόνου

Ποιος είναι ο αριθμός των ετών που απαιτείται να ανατοκισθεί ένα χρηματικό ποσό για να διπλασιαστεί, όταν το επιτόκιο είναι (α)  $\varepsilon = 0,06$  ετησίως και (β)  $\varepsilon = 0,035$  ανά εξάμηνο;

(α) Η εξίσωση αξίας είναι ως γνωστό

$$2 = (1,06)^t \text{ ή λογαριθμίζοντας } \ln 2 = t \ln (1,06).$$

Επομένως,

$$t = \frac{\ln 2}{\ln(1,06)} = 11,89 \text{ έτη}$$

(β) Η εξίσωση αξίας είναι ως γνωστό

$$2 = (1,035)^t \text{ ή λογαριθμίζοντας } \ln 2 = t \ln (1,035)$$

Επομένως

$$t = \frac{\ln 2}{\ln(1,035)} = 20,15 \text{ εξάμηνα}$$

ή 10,075 έτη



# Προσδιορισμός του επιτοκίου

Αν ένα οικόπεδο που αγοράστηκε 5 εκατ. ευρώ πωληθεί μετά 6 έτη αντί 10 εκατ. ευρώ, ποιο είναι το ετήσιο επιτόκιο απόδοσης των χρημάτων που δεσμεύθηκαν;

$$10 = 5(1+\epsilon)^6$$

$$(1+\epsilon)^6 = 2$$

$$\ln(1+\epsilon) = \frac{\ln\left(\frac{10}{5}\right)}{6} = \frac{\ln(2)}{6} = \frac{0,69315}{6} = 0,11552$$

και λαμβάνοντας τον αντilogάριθμο, έχουμε

$$1+\epsilon = 1,1225$$

Επομένως,  $\epsilon = 1,1225 - 1 = 0,1225$  ή 12,25% είναι το ετήσιο επιτόκιο απόδοσης των χρημάτων που δεσμεύθηκαν (επενδύθηκαν) στο οικόπεδο.

	B2		$f_{\epsilon} = -\text{EXP}(\text{LN}(\text{B4}/\text{B3})/\text{B5}) - 1$		
	A	B	C	D	E
1					
2	$\epsilon$	0,122462	$-\text{EXP}(\text{LN}(\text{B4}/\text{B3})/\text{B5}) - 1$		
3	$K_0$	1			
4	$K_t$	2			
5	$t$	6 έτη			





# Ονομαστικά και πραγματικά επιτόκια

Όταν το επιτόκιο αναφέρεται στο έτος ενώ ορίζεται ταυτόχρονα ότι το χρηματικό κεφάλαιο θα ανατοκίζεται  $\rho$  φορές μέσα στο έτος, όπου  $\rho$  ισούται με τον αριθμό των υποπεριόδων στις οποίες διαιρείται το έτος, π.χ.  $\rho$  ισούται με 2 (εξάμηνα), 4 (τρίμηνα), 12 (μήνες), 52 (εβδομάδες) και αντιστοιχεί σε επιτόκια ανατοκισμού εξαμηνιαία, τριμηνιαία, μηνιαία ή εβδομαδιαία. Τα ετήσια αυτά επιτόκια συμβολίζονται με  $\varepsilon_\rho$  και ονομάζονται ονομαστικά. Αν  $\rho=1$ , το επιτόκιο ονομάζεται πραγματικό και συμβολίζεται με  $\varepsilon$ . Η γενική εξίσωση που συνδέει το ονομαστικό επιτόκιο με το ισοδύναμο πραγματικό είναι:

$$(1 + \varepsilon) = \left(1 + \frac{\varepsilon_\rho}{\rho}\right)^\rho$$

# Ονομαστικά επιτόκια - Παράδειγμα

- Ζητείται να προσδιοριστεί η τελική αξία των 300.000 € στο τέλος των 5 ετών, όταν η τιμή του χρηματικού κεφαλαίου είναι  $\varepsilon_2 = 0,06$

$$\varepsilon_2 = 0,06 \Rightarrow \frac{\varepsilon_2}{2} = 0,03 \text{ / εβδομάδα}$$

$$K_+ = 300000 (1,03)^{10} = 403.174,9$$

- Ζητείται να υπολογισθεί το ετήσιο πραγματικό επιτόκιο που είναι ισοδύναμο με εβδομαδιαίο ονομαστικό επιτόκιο 4%

$$(1 + \varepsilon) = \left(1 + \frac{0,04}{52}\right)^{52} = 1,040795$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 4,0795\%$$



# Ονομαστικά και πραγματικά ΕΠΙΤΟΚΙΑ

Σημειώνεται ότι σε κάθε περίπτωση το πραγματικό επιτόκιο είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο ονομαστικό επιτόκιο, και καθώς ο αριθμός των περιόδων ανατοκισμού μέσα στο έτος αυξάνεται, το πραγματικό επιτόκιο αυξάνεται επίσης, αλλά όχι αναλογικά προς την αύξηση του αριθμού των ανατοκισμών. Στο επόμενο τμήμα θα εξετάσουμε την περίπτωση κατά την οποία ο ανατοκισμός γίνεται στιγμιαίως, δηλαδή την περίπτωση του συνεχούς ανατοκισμού.

Υποπερίοδοι $\rho$ στις οποίες διαιρείται το έτος	$(1 + \frac{\epsilon_{\rho}}{\rho})^{\rho}$	$\epsilon_{\rho} = 0,15$ Ισοδύναμο πραγματικό επιτόκιο $\epsilon$	$(1 + \frac{\epsilon_{\rho}}{\rho})^{\rho}$	$\epsilon_{\rho} = 0,21$ Ισοδύναμο πραγματικό επιτόκιο, $\epsilon'$
1	1,15	0,15	1,21	0,21
2	1,1556	0,1556	1,211	0,211
4	1,15865	0,15865	1,2271	0,2271
12	1,16076	0,16076	1,23144	0,23144
52	1,16158	0,16158	1,23316	0,23316
365	1,16177	0,16177	1,23357	0,23357





# Συνεχής ανατοκισμός

Στην περίπτωση που ο αριθμός των ανατοκισμών μέσα στο έτος γίνεται άπειρος έχουμε τον συνεχή ανατοκισμό. Τότε η σχέση που συνδέει το πραγματικό με το ονομαστικό επιτόκιο είναι η ακόλουθη:

$$(1 + \varepsilon) = e^{\varepsilon_{\infty}}$$



# Απλός Τόκος

Στην περίπτωση του απλού τόκου ένα χρηματικό κεφάλαιο παράγει πάντοτε τον ίδιο τόκο για την ίδια χρονική περίοδο. Το κεφάλαιο παραμένει σταθερό γιατί ο τόκος δεν κεφαλαιοποιείται. Ένας μεγάλος αριθμός δανείων τα οποία συνάπτουν οι επιχειρήσεις, γίνονται για σχετικά βραχυπρόθεσμες περιόδους, όπως π.χ. είναι οι τριμηνιαίες ή εξαμηνιαίες τραπεζικές πιστώσεις για την κάλυψη των βραχυπρόθεσμων χρηματοδοτικών αναγκών των επιχειρήσεων. Στις περιπτώσεις αυτές, αν το επιτόκιο αναφέρεται σε ετήσια βάση, π.χ. 9%, είναι σύνηθες να υποθέτουμε ότι ο τόκος είναι αναλογικός ως προς το χρόνο. Π.χ. ο τόκος για ένα εξάμηνο είναι ίσος με το μισό του ετήσιου τόκου, ή ο τόκος για ένα μήνα είναι το δωδέκατο του ετήσιου τόκου.





## Μελλοντική αξία – απλός τόκος

Η μελλοντική αξία προκύπτει από το γινόμενο του αρχικού κεφαλαίου επί τον συντελεστή ανατοκισμού

$$K_t = K_0(1 + rt)$$


Όπου,

$K_0$  είναι το κεφάλαιο την χρονική στιγμή μηδέν,

$r$  είναι το ετήσιο επιτόκιο και

$t$  είναι το χρονικό διάστημα που δίνεται ως κλάσμα  $m/365$  ή  $n/12$





## Παρούσα αξία – απλός τόκος

Η παρούσα αξία προκύπτει από την διαίρεση του αρχικού κεφαλαίου με τον συντελεστή ανατοκισμού:


$$K_0 = \frac{K_t}{(1 + rt)}$$

Όπου,

$K_0$  είναι το κεφάλαιο την χρονική στιγμή μηδέν,

$r$  είναι το ετήσιο επιτόκιο και

$t$  είναι το χρονικό διάστημα που δίνεται ως κλάσμα  $m/365$  ή  $n/12$



# Παρούσα αξία – απλός τόκος

Ζητείται να προσδιοριστεί η προεξοφλημένη αξία μιας συναλλαγματικής, ονομαστικής αξίας 200.000 ευρώ και λήξης 20 Ιουνίου 2010, η οποία προεξοφλείται την 10η Ιανουαρίου 2010, προς επιτόκιο  $r = 0,10$ .

Η 20ή Ιουνίου 2010 είναι η 171η ημέρα του έτους  
Η 10η Ιανουαρίου 2010 είναι 10η ημέρα του έτους  
Ημέρες για προεξόφληση,  $m = 161$  (για μη δίσεκτο έτος)  
Σύμφωνα με τον τραπεζικό κανόνα, έχουμε

$$K_0 + K_0 \cdot 0,10 \left( \frac{161}{365} \right) = 200.000$$

$$K_0 \left( 1 + 0,10 \left( \frac{161}{365} \right) \right) = 200.000 \quad \left| \quad K_0 = \frac{200.000}{1 + 0,10 \left( \frac{161}{365} \right)} \right.$$

$$K_0 = 191550,77 \text{ ευρώ}$$





# Απλός τόκος - Παράδειγμα

Ο κ. Δημητρίου καταθέτει στην τράπεζα Α 5.000.000 € για 180 ημέρες στις 10-10-15 με επιτόκιο 0,10 και λαμβάνει το αντίστοιχο πιστοποιητικό κατάθεσης. Για την κάλυψη των ταμειακών αναγκών του μεταβιβάζει στις 8-1-16 το πιστοποιητικό κατάθεσης στον Βασιλείου με επιτόκιο 0,08. Να υπολογισθούν:

- η προεξοφλημένη αξία του πιστοποιητικού κατάθεσης στον Δημητρίου
- Η απόδοση της κατάθεσης είναι μεγαλύτερη από 10% και γιατί;

$$K_t = K_0(1 + tr) = 5.000.000 \left( 1 + \frac{180}{365} 0,10 \right) = 5.246.575,34 \text{ ευρώ}$$

$$K_{t'} = \frac{K_t}{1 + rt'} = \frac{5.246.575,34}{1 + \frac{90}{365} 0,08} = \frac{5.246.575,34}{1,0197} = 5.145.083,29$$

$$\frac{1}{t'} \left( \frac{K_{t'}}{K_0} - 1 \right) = \frac{365}{90} \left( \frac{5.145.083,29}{5.000.000} - 1 \right) = 0,1177 \text{ ή } 11,77\%$$