Γιάννης Ρεφανίδης

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

Τελική εξέταση – Τρίτη 3 Φεβρουαρίου 2026, 18:00-20:00

ΘΕΜΑ 1ο

α) Ποιο είναι το βασικό πλεονέκτημα και ποιο είναι το βασικό μειονέκτημα του αλγορίθμου αναζήτησης πρώτα σε βάθος, σε σχέση με τον αλγόριθμο αναζήτησης πρώτα σε πλάτος;
β) Ποιο είναι το βασικό πλεονέκτημα και ποιο είναι το βασικό μειονέκτημα των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης, σε σχέση με τους αλγορίθμους συστηματικής αναζήτησης.

Ενδεικτικές απαντήσεις

α) Το βασικό πλεονέκτημα του αλγορίθμου αναζήτησης πρώτα σε βάθος, σε σχέση με τον αλγόριθμο πρώτα σε πλάτος, είναι ότι χρησιμοποιεί λίγη μνήμη ($O(b \times m)$ όπου b ο παράγοντας διακλάδωσης και m το μήκος της μεγαλύτερης διαδρομής στο χώρο καταστάσεων). Ως βασικά μειονεκτήματα του αλγορίθμου αναζήτησης πρώτα σε βάθος θα αναφερθούν δύο (εσείς αρκεί να αναφέρατε οποιοδήποτε από τα δύο):

- Δεν είναι πλήρης, εφόσον ο χώρος καταστάσεων είναι άπειρος (αλλιώς είναι πλήρης, υπό την προϋπόθεση ότι γίνεται έλεγχος για επαναλαμβανόμενες καταστάσεις σε κάθε κλαδί).
- Δεν είναι βέλτιστος. Ωστόσο υπάρχουν προβλήματα που αυτό δεν μας ενδιαφέρει, όπως τα προβλήματα ικανοποίησης περιορισμών (χωρίς βελτιστοποίηση), στα οποία όλες οι λύσεις είναι εξίσου καλές.

Τα ακριβώς αντίθετα ισχύουν για τον πρώτα σε πλάτος, δηλαδή χρησιμοποιεί πολλή μνήμη, είναι όμως πλήρης (ακόμη και σε άπειρους χώρους καταστάσεων, εκτός από την περίπτωση που γίνεται άπειρος ο παράγοντας διακλάδωσης) και βέλτιστος (εφόσον ως βέλτιστη λύση θεωρούμε αυτή με τα λιγότερα βήματα, αλλιώς, αν μας ενδιαφέρει το κόστος, χρησιμοποιούμε τον Dijkstra).

β) Τα βασικά πλεονεκτήματα των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης, σε σχέση με τους αλγορίθμους συστηματικής αναζήτησης, είναι δύο:

- χρησιμοποιούν ελάχιστη σταθερού μεγέθους μνήμη
- είναι εξαιρετικά γρήγοροι στην επίλυση προβλημάτων

Το βασικό μειονέκτημα των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης, σε σχέση με τους αλγορίθμους συστηματικής αναζήτησης, είναι ότι δεν είναι πλήρεις, δηλαδή δεν εγγυώνται ότι θα βρουν λύση όταν υπάρχει, ή ισοδύναμα δεν μπορούν να αποδείξουν ότι δεν υπάρχει λύση.
Ένα δεύτερο μειονέκτημα (συνέπεια του ότι δεν είναι πλήρεις), είναι ότι δεν εγγυώνται ότι θα βρουν τη βέλτιστη λύση σε προβλήματα βελτιστοποίησης (συνήθως παγιδεύονται σε τοπικά ακρότατα.
Ωστόσο, θεωρητικά, αν δοθεί άπειρος χρόνος στους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης, γίνονται πλήρεις και βέλτιστοι.

ΘΕΜΑ 2ο

Λύστε το παρακάτω Sudoku 6x6. Σε κάθε κελί πρέπει να μπει ένας αριθμός από το 1 έως το 6, έτσι ώστε να μην εμφανίζεται δύο φορές ο ίδιος αριθμός στην ίδια γραμμή, στην ίδια στήλη και στην ίδια ορθογώνια περιοχή 2x3. Η απάντηση θα πρέπει να δοθεί στο γραπτό σας, όχι πάνω στα θέματα.

	3	1	5		
5	1	6	4		3
	2				

	5		2	6	
6				1	

Για διευκόλυνση σάς δίνονται οι παρακάτω πίνακες. Το παζλ λύνεται με απλό έλεγχο συνέπειας τόξου (δεν θα χρειαστεί να μαντέψετε):

1,2,3,4,5,6	3	1	5	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
5	1	6	4	1,2,3,4,5,6	3
1,2,3,4,5,6	2	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
1,2,3,4,5,6	5	1,2,3,4,5,6	2	6	1,2,3,4,5,6
6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1	1,2,3,4,5,6

1,2,3,4,5,6	3	1	5	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
5	1	6	4	1,2,3,4,5,6	3
1,2,3,4,5,6	2	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
1,2,3,4,5,6	5	1,2,3,4,5,6	2	6	1,2,3,4,5,6
6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1	1,2,3,4,5,6

1,2,3,4,5,6	3	1	5	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
5	1	6	4	1,2,3,4,5,6	3
1,2,3,4,5,6	2	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
1,2,3,4,5,6	5	1,2,3,4,5,6	2	6	1,2,3,4,5,6
6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1	1,2,3,4,5,6

Ενδεικτική απάντηση

Το παζλ μπορεί να λυθεί με απλό έλεγχο συνέπειας τόξου, δεν θα χρειαστεί να «μαντέψετε», δηλαδή να ξεκινήσετε αναζήτηση με τον αλγόριθμο πρώτα σε βάθος.

Για να μην ελέγχετε ξανά και ξανά τα ίδια κελιά, καλό είναι να σημειώνετε ποια κελιά ελέγξατε για συνέπεια. Ελέγχουμε πάντα τα κελιά που έχουν έναν μόνο αριθμό. Μπορείτε όταν ξεκινάτε τον έλεγχο για ένα τέτοιο κελί, να βάζετε ένα σημάδι στο κελί αυτό, π.χ. έναν αστερίσκο, και όταν ολοκληρώνετε τον έλεγχο να βάζετε και δεύτερο σημάδι, π.χ. ένα θαυμαστικό. Ο έλεγχος συνίσταται στο να αφαιρούμε τον αριθμό του κελιού που ελέγχουμε από όλα τα κελιά της γραμμής του, της στήλης του και της περιοχής 2x3 στην οποία ανήκει.

Για παράδειγμα, έστω ότι ξεκινάμε τον έλεγχο συνέπειας με το δεύτερο κελί της πρώτης γραμμής, με τον αριθμό 3. Αρχικά βάζουμε έναν αστερίσκο για να θυμόμαστε ποιο κελί ελέγχουμε. Ξεκινάμε λοιπόν ως εξής:

1,2,3,4,5,6	3*	1	5	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
5	1	6	4	1,2,3,4,5,6	3
1,2,3,4,5,6	2	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
1,2,3,4,5,6	5	1,2,3,4,5,6	2	6	1,2,3,4,5,6
6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1	1,2,3,4,5,6

Και καταλήγουμε τον έλεγχο του συγκεκριμένου κελιού ως:

1,2,[redacted]4,5,6	3*!	1	5	1,2,[redacted]4,5,6	1,2,[redacted]4,5,6
1,2,[redacted]4,5,6	1,2,[redacted]4,5,6	1,2,[redacted]4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
5	1	6	4	1,2,3,4,5,6	3
1,2,3,4,5,6	2	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6
1,2,3,4,5,6	5	1,2,3,4,5,6	2	6	1,2,3,4,5,6
6	1,2,[redacted]4,5,6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6	1	1,2,3,4,5,6

Συνεχίζουμε έτσι μέχρι να ελεγχθούν όλα τα κελιά με μοναδική τιμή (τόσο αυτά που υπάρχουν τώρα, όσο και όσα προκύψουν στη συνέχεια). Τελικά καταλήγουμε στο παρακάτω αποτέλεσμα:

[redacted]2[redacted]*!	3*!	1*!	5*!	[redacted]4[redacted]*!	[redacted]6*!
[redacted]4[redacted]*!	[redacted]6*!	[redacted]5[redacted]*!	1[redacted]*!	[redacted]3[redacted]*!	[redacted]2[redacted]*!
5*!	1*!	6*!	4*!	[redacted]2[redacted]*!	3*!
[redacted]3[redacted]*!	2*!	[redacted]4[redacted]*!	[redacted]6*!	[redacted]5[redacted]*!	1[redacted]*!
1[redacted]*!	5*!	[redacted]3[redacted]*!	2*!	6*!	[redacted]4[redacted]*!
6*!	[redacted]4[redacted]*!	[redacted]2[redacted]*!	[redacted]3[redacted]*!	1*!	[redacted]5[redacted]*!

ή χωρίς τις μουντζούρες και τα σημάδια:

2	3	1	5	4	6
4	6	5	1	3	2
5	1	6	4	2	3
3	2	4	6	5	1
1	5	3	2	6	4
6	4	2	3	1	5

ΘΕΜΑ 3^{ο}

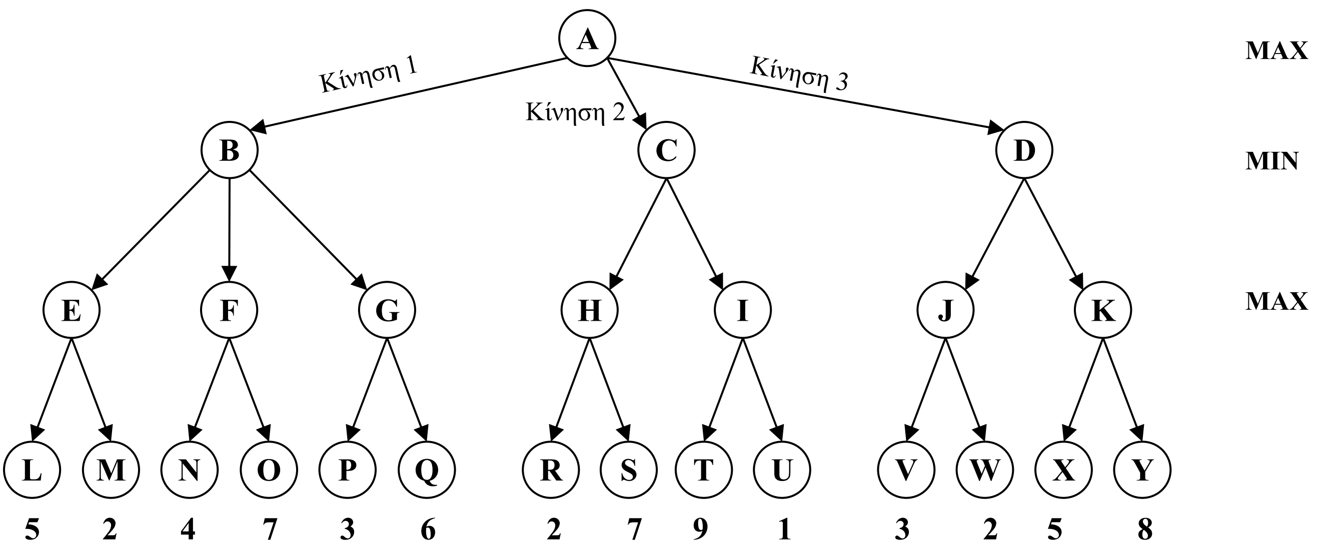
Έστω το παρακάτω δένδρο κάποιου παιχνιδιού δύο ατόμων, οι οποίοι παίζουν εναλλάξ. Πρώτος (στη ρίζα) παίζει ο παίκτης MAX. Τα φύλλα έχουν βαθμολογηθεί με κάποια ευρετική συνάρτηση (δεν χρειάζεται να σας απασχολεί ποιο είναι το παιχνίδι ή η ευρετική συνάρτηση).

α) Βρείτε ποια κίνηση (1, 2, ή 3) θα επιλέξει ο παίκτης MAX, εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο minimax.

β) Χρησιμοποιώντας κλάδεμα άλφα-βήτα, βρείτε ποιοι κόμβοι του δένδρου θα κλαδευτούν.

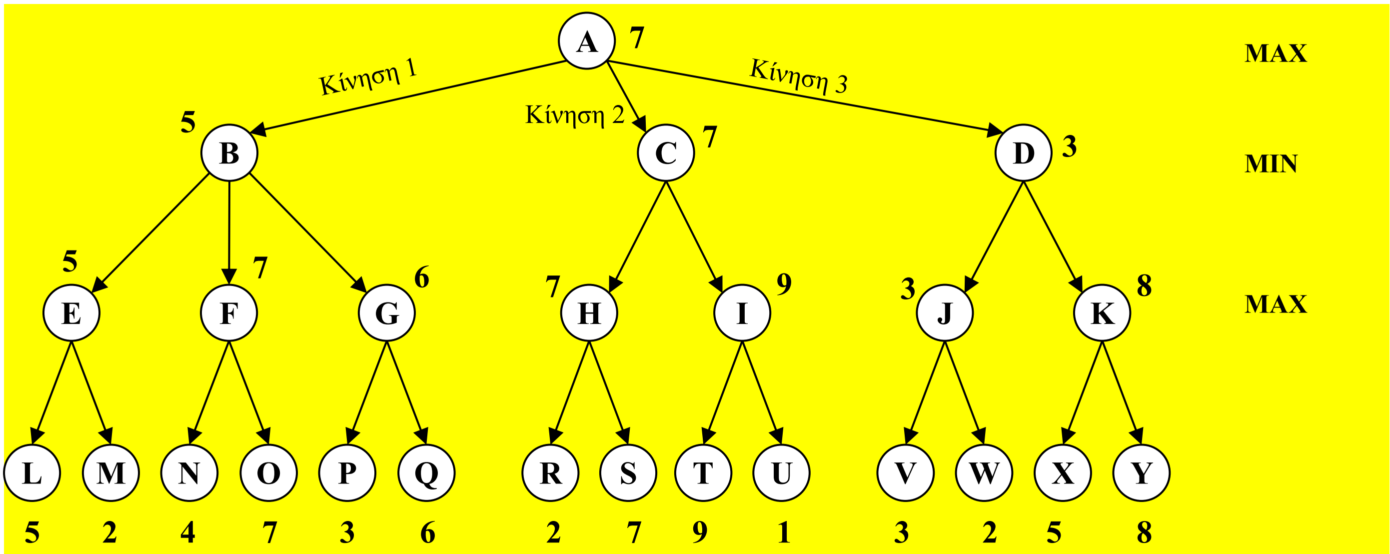
γ) Αναδιατάξτε τα κλαδιά του δένδρου, ώστε να μεγιστοποιήσετε το κλάδεμα άλφα-βήτα**.**

ΠΡΟΣΟΧΗ: Στα ερωτήματα β) και γ) θεωρούμε ότι τα κλαδιά του δένδρου εξετάζονται με προτεραιότητα πρώτα σε βάθος, από αριστερά προς τα δεξιά.



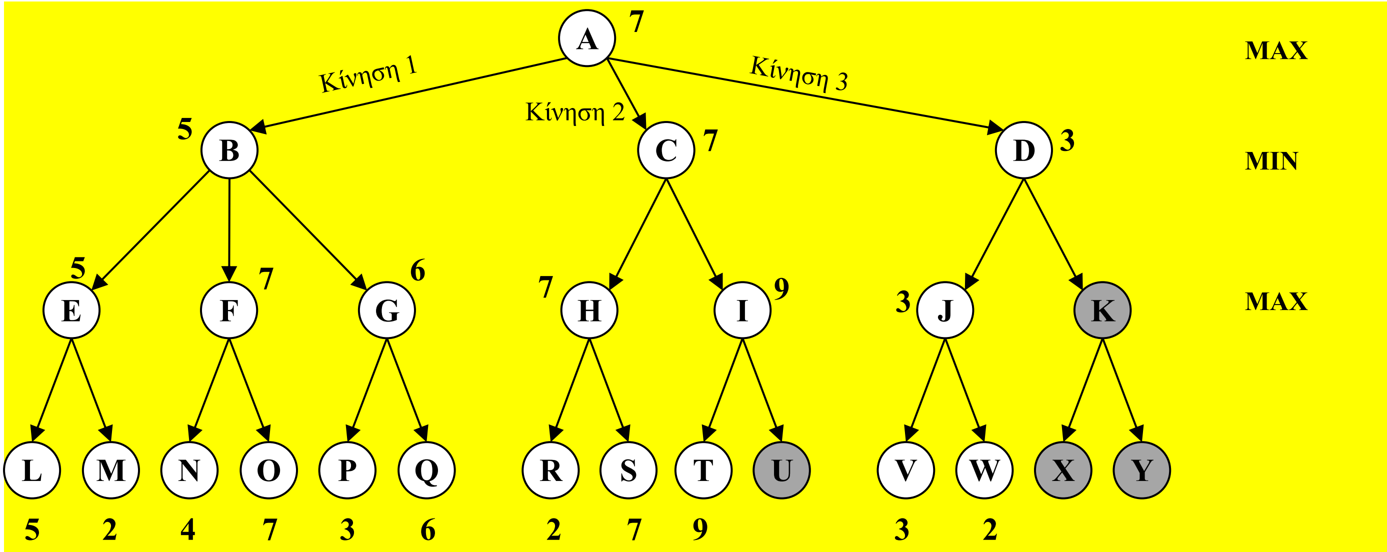
<u>Ενδεικτική απάντηση</u>

α) Στο παρακάτω σχήμα έχει εφαρμοστεί ο αλγόριθμος Minimax από τα φύλλα προς τη ρίζα:

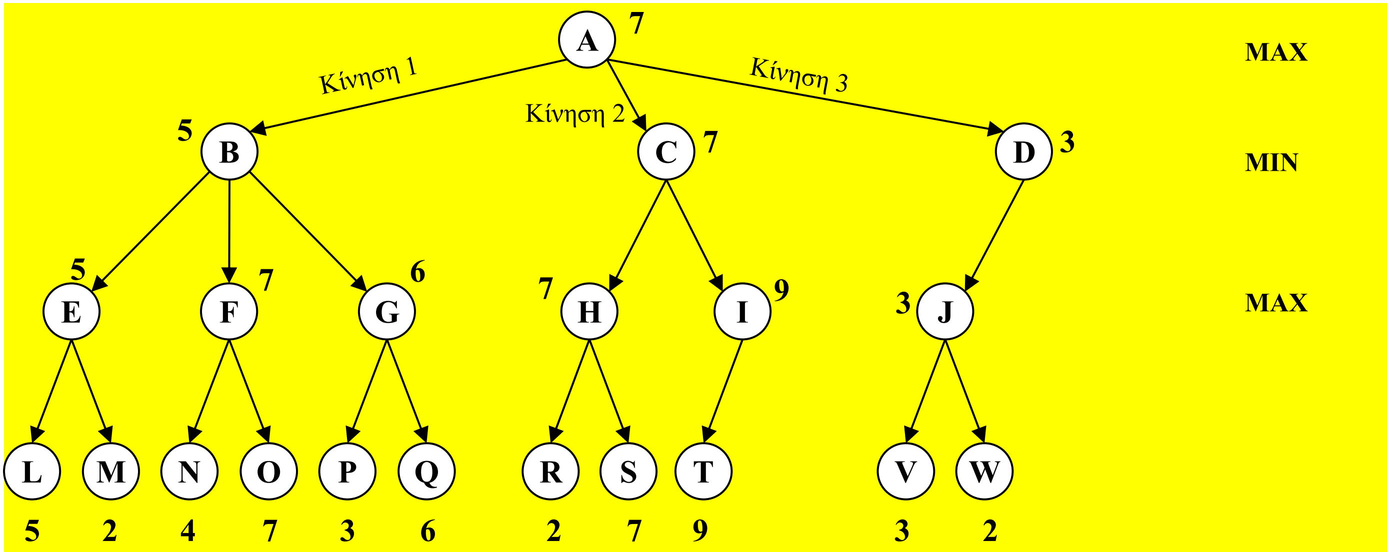


Βλέπουμε ότι στη ρίζα φτάνει η τιμή 7 από το παιδί της C, άρα ο MAX στη ρίζα θα επιλέξει την Κίνηση 2.

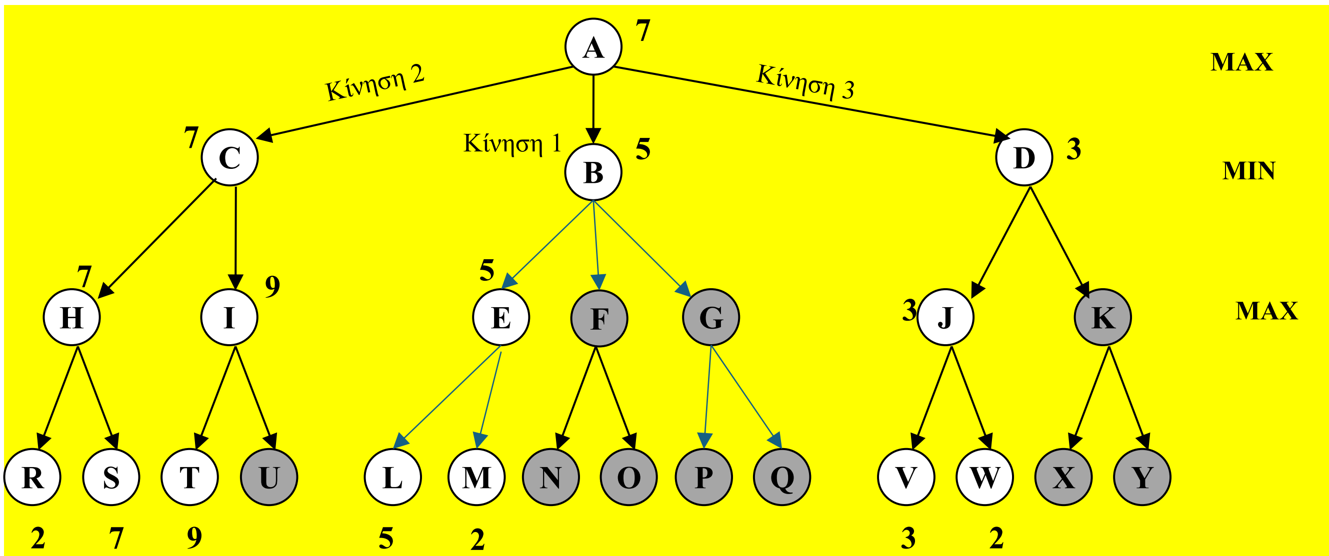
β) Στο παρακάτω σχήμα εφαρμόζεται και πάλι ο αλγόριθμος minimax, μαζί όμως με το κλάδεμα άλφα-βήτα. Οι κόμβοι που κλαδεύονται φαίνονται με γκρι επισήμανση, ενώ αγνοούνται από τον αλγόριθμο minimax (ένας κόμβος κλαδεύεται πριν μάθουμε την τιμή του).



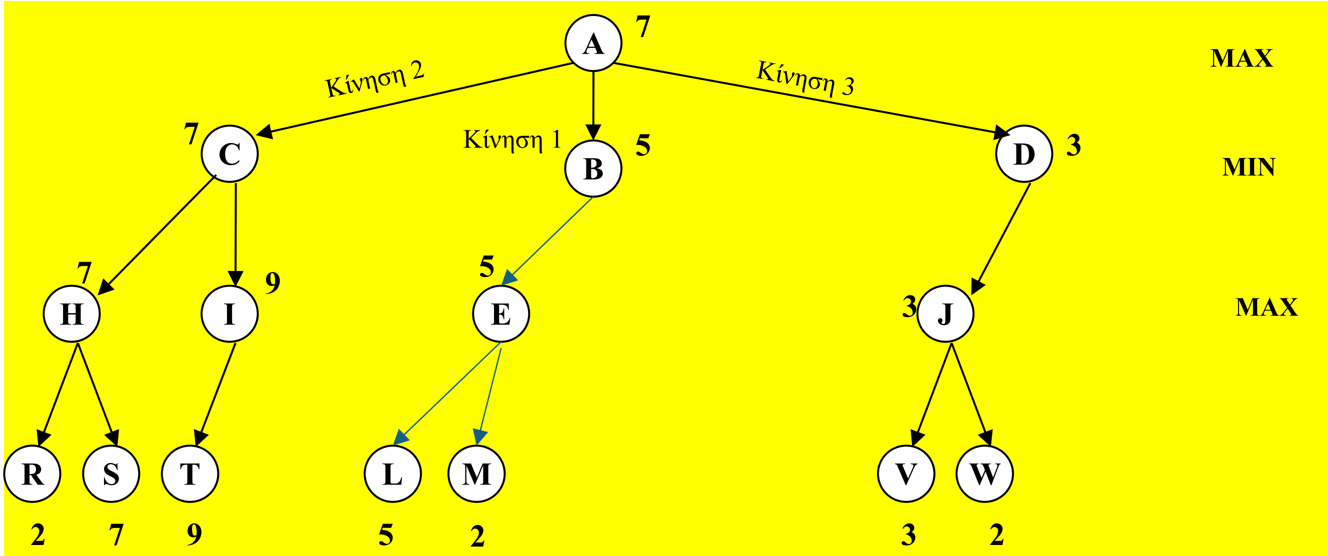
ή χωρίς τις γκρι επισημάνσεις (δηλαδή με πραγματικό «κλάδεμα»):



γ) Μια καλύτερη διάταξη των κλαδιών (αν μπορούσαμε να την μαντέψουμε, με χρήση πιθανώς κάποιας ευρετικής συνάρτηση), η οποία οδηγεί σε μέγιστο κλάδεμα, είναι η εξής:



ή χωρίς τις γκρι επισημάνσεις (δηλαδή με πραγματικό «κλάδεμα»):



Βλέπουμε ότι με τη βέλτιστη διάταξη των κλαδιών, οι κόμβοι που κλαδεύτηκαν αυξήθηκαν από 4 σε 10.

ΘΕΜΑ 4ο

α) Έστω το κατηγόρημα *Σκάκι*(*x*) με τη σημασία ότι ο *x* γνωρίζει να παίζει σκάκι. Περιγράψτε σε φυσική γλώσσα τη σημασία των παρακάτω προτάσεων. Ποιες έχουν την ίδια σημασία;

i.	$\neg\forall x,\ \neg Σκάκι(x)$	v.	$\forall x,\ Σκάκι(x)$
ii.	$\neg\forall x,\ Σκάκι(x)$	vi.	$\neg\exists x,\ Σκάκι(x)$
iii.	$\exists x,\ Σκάκι(x)$	vii.	$\neg\exists x,\ \neg Σκάκι(x)$
iv.	$\exists x,\ \neg Σκάκι(x)$	viii.	$\forall x,\ \neg Σκάκι(x)$

β) Έστω τα κατηγορήματα *Πόρτες*(*x*), *Πλακωτό*(*x*) και *Φεύγα*(*x*), που σημαίνουν ότι ο *x* γνωρίζει να παίζει Πόρτες, Πλακωτό και Φεύγα αντίστοιχα (πρόκειται για τρία παιχνίδια που παίζονται με το τάβλι). Γράψτε σε λογική πρώτης τάξης κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις, χρησιμοποιώντας τα τρία κατηγορήματα:

i. Τουλάχιστον ένας γνωρίζει να παίζει και τα τρία παιχνίδια.
ii. Όλοι γνωρίζουν να παίζουν και τα τρία παιχνίδια.
iii. Κανένας δεν γνωρίζει να παίζει και τα τρία παιχνίδια.
iv. Τουλάχιστον ένας γνωρίζει να παίζει Πόρτες και Πλακωτό, αλλά δεν γνωρίζει να παίζει Φεύγα.
v. Για κάθε ένα από τα τρία παιχνίδια υπάρχει τουλάχιστον ένας που το γνωρίζει.

Σημείωση: Προφανώς οι παραπάνω προτάσεις δεν μπορούν να ισχύουν όλες ταυτόχρονα.

Ενδεικτικές απαντήσεις

α)

i. $\neg\forall x,\ \neg$Σκάκι(x) : Δεν ισχύει ότι όλοι δεν γνωρίζουν σκάκι.
ii. $\neg\forall x,\ $Σκάκι(x) : Δεν ισχύει ότι όλοι γνωρίζουν σκάκι.
iii. $\exists x,\ $Σκάκι(x) : Υπάρχει κάποιος που γνωρίζει σκάκι.
iv. $\exists x,\ \neg$Σκάκι(x) : Υπάρχει κάποιος που δεν γνωρίζει σκάκι.
v. $\forall x,\ $Σκάκι(x) : Όλοι γνωρίζουν σκάκι.
vi. $\neg\exists x,\ $Σκάκι(x) : Δεν υπάρχει κάποιος που να γνωρίζει σκάκι
vii. $\neg\exists x,\ \neg$Σκάκι(x) : Δεν υπάρχει κάποιος που να μην γνωρίζει σκάκι.
viii. $\forall x,\ \neg$Σκάκι(x) : Όλοι δεν γνωρίζουν σκάκι.

Η αντιστοίχιση είναι η εξής:

i-iii
ii-iv
v-vii
vi-viii

β)

i. $\exists x$, *Πόρτες*$(x) \wedge$ *Πλακωτό*$(x) \wedge$ *Φεύγα*(x)
ii. $\forall x$, *Πόρτες*$(x) \wedge$ *Πλακωτό*$(x) \wedge$ *Φεύγα*(x)
iii. $\neg\exists x$, *Πόρτες*$(x) \wedge$ *Πλακωτό*$(x) \wedge$ *Φεύγα*(x)
iv. $\exists x$, *Πόρτες*$(x) \wedge$ *Πλακωτό*$(x) \wedge \neg$*Φεύγα*(x)
v. $\exists x$, *Πόρτες*$(x) \wedge \exists y$, *Πλακωτό*$(y) \wedge \exists z$ *Φεύγα*(z)

Απαντήστε 3 από τα παραπάνω 4 θέματα

εάν απαντήσετε και τα 4 θέματα, θα ληφθούν υπόψη τα τρία πρώτα, όπως εμφανίζονται στο γραπτό σας