

Κεφάλαιο 9:
Αναμενόμενη Απόδοση και Κίνδυνος



Μαθησιακοί Στόχοι

Με την ολοκλήρωση του Κεφαλαίου ο αναγνώστης θα μπορεί να:

1. Μετράει τη χρηματική και την ποσοστιαία απόδοση μίας επένδυσης.
2. Αντιλαμβάνεται τη διαφορά μεταξύ αριθμητικής και γεωμετρικής απόδοσης.
3. Υπολογίζει την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο ενός περιουσιακού στοιχείου.
4. Αξιολογεί περιουσιακά στοιχεία με βάση την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο.
5. Υπολογίζει την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου.
6. Αναγνωρίζει τη σημασία του συντελεστή συσχέτισης.
7. Προσδιορίζει το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης.
8. Κατασκευάζει το αποτελεσματικό σύνορο.
9. Συνθέτει αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια.
10. Διακρίνει το συστηματικό και το μη συστηματικό κίνδυνο.



Εισαγωγικές Παρατηρήσεις (1/3)

- Οι επενδυτές αποκτούν περιουσιακά στοιχεία με σκοπό να αποκομίσουν οικονομικό όφελος.
  - Το **οικονομικό όφελος** προέρχεται από το εισόδημα που συνεπάγεται το περιουσιακό στοιχείο και τη διαφορά μεταξύ τιμής αγοράς και τιμής πώλησης (κεφαλαιακό κέρδος ή ζημία).
- Η **χρηματική απόδοση** εκφράζεται σε νομισματικές μονάδες (π.χ. €) και είναι το άθροισμα του εισοδήματος και του κεφαλαιακού κέρδους (ή ζημίας).
  - Δεδομένου ότι η χρηματική απόδοση δεν επιτρέπει τη συγκριτική αξιολόγηση επενδύσεων με διαφορετικό αρχικό κόστος, υπολογίζεται η ποσοστιαία απόδοση.
- Η **ποσοστιαία απόδοση** εκφράζεται σε ποσοστιαίες μονάδες (%) και για τη συγκριτική αξιολόγηση επενδύσεων υπολογίζεται η μέση απόδοση κάθε επένδυσης σε μία κοινή χρονική βάση (π.χ. 1 έτος).



Εισαγωγικές Παρατηρήσεις (2/3)

- Η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος των περιουσιακών στοιχείων υπολογίζονται:
  (i) με βάση ιστορική πληροφόρηση, ή
  (ii) διαμορφώνοντας μία κατανομή πιθανοτήτων των αποδόσεών τους

- Ο κίνδυνος (risk) των περιουσιακών στοιχείων συνδέεται με την πιθανότητα εμφάνισης αποδόσεων που θα αποκλίνουν είτε θετικά είτε αρνητικά από την αναμενόμενη τιμή.
  - Ο κίνδυνος προσδιορίζεται βάσει της μεταβλητότητας των αποδόσεων και μετριέται με τη *διακύμανση* (variance) και την *τυπική απόκλιση* (standard deviation).

✓ Μεταξύ κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης υπάρχει μία *ανταλλαγή* (trade-off), που σημαίνει ότι οι επενδυτές αποκτούν περιουσιακά στοιχεία με υψηλό κίνδυνο όταν οι αναμενόμενες αποδόσεις είναι υψηλές.



Εισαγωγικές Παρατηρήσεις (3/3)

- Οι επενδυτές συχνά επιλέγουν να επενδύουν τα διαθέσιμα κεφάλαιά τους σε **χαρτοφυλάκια** (portfolios) αντί να επιλέγουν μεμονωμένα στοιχεία.
  - Το χαρτοφυλάκιο αποτελεί μία συλλογή περιουσιακών στοιχείων, όπως μετοχές, ομόλογα, εμπορεύματα, παράγωγα, συναλλαγματικές ισοτιμίες και προϊόντα της χρηματαγοράς.
  - ✓ Εκτός από μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία, σε ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να συμπεριληφθούν και άλλα χαρτοφυλάκια.

✓ Ο βασικός λόγος για την επένδυση σε χαρτοφυλάκια είναι η *καλύτερη σχέση μεταξύ κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης* που μπορεί να επιτευχθεί συγκριτικά με την επένδυση σε μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία.

- Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου (modern portfolio theory) επικεντρώνεται στην κατασκευή *αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων* (efficient portfolios).
  - Τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια εμφανίζουν την καλύτερη σχέση κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης και συνθέτουν το *αποτελεσματικό σύνορο* (efficient frontier).

✓ Η σύνθεση αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων επιτυγχάνει την ελαχιστοποίηση του κινδύνου, *όχι όμως την οριστική εξάλειψή του*.



Μέτρηση της Απόδοσης (1)

Χρηματική απόδοση

- Το οικονομικό όφελος μίας επένδυσης προκύπτει από: α) τα χρηματικά ποσά που εισπράττονται κατά τη διάρκεια της επένδυσης (εισόδημα) και β) τη μεταβολή της αξίας της επένδυσης (κεφαλαιακό κέρδος ή ζημία).

- Το άθροισμα του εισοδήματος και του κεφαλαιακού κέρδους (ή ζημίας) συνεπάγεται το συνολικό οικονομικό όφελος (ή ζημία) μίας επένδυσης και αποτελεί τη χρηματική απόδοση.

Χρηματική Απόδοση = Εισόδημα + Κεφαλαιακό κέρδος ή ζημία

- Για παράδειγμα, ένας επενδυτής αγόρασε στην αρχή του έτους 1.000 μετοχές της εταιρίας ΑΒ με τιμή €64, η οποία διένειμε μέρισμα €8 ανά μετοχή ενώ η τιμή πώλησης των μετοχών της εταιρίας στο τέλος του έτους ήταν €80.

Χρηματική Απόδοση = Εισόδημα + Κεφαλαιακό κέρδος =

$= (1.000 \times €8) + (€80 - €64) \times 1.000 =$

$= €8.000 + €16.000 = €24.000$



Μέτρηση της Απόδοσης (2)

Ποσοστιαία απόδοση

- Η ποσοστιαία απόδοση (percentage return) φανερώνει το κέρδος ανά μία νομισματική μονάδα (π.χ. €1) που επενδύεται.

$$\text{Ποσοστιαία Απόδοση} = \frac{\text{Χρηματική Απόδοση}}{\text{Αρχική Τιμή Αγοράς}}$$

- Δεδομένου ότι η χρηματική απόδοση προκύπτει από τα χρηματικά ποσά που εισπράττονται κατά τη διάρκεια της επένδυσης και τη μεταβολή της αξίας της, η ποσοστιαία απόδοση θα προκύπτει από το άθροισμα της *απόδοσης εισοδήματος* και της *απόδοσης κεφαλαίου*.

$$\text{Ποσοστιαία Απόδοση} = \text{Απόδοση Εισοδήματος} + \text{Απόδοση Κεφαλαίου}$$



Μέτρηση της Απόδοσης (3)

- Η απόδοση εισοδήματος (income yield – IY) υπολογίζεται διαιρώντας τις χρηματικές ροές που εισπράττονται (εισόδημα) με την αρχική τιμή του χρεογράφου.

$$IY = \frac{CF_1}{P_0}$$

  - όπου, *IY* (income yield) η απόδοση εισοδήματος, CF_1 (Cash Flow) η χρηματική ροή στο τέλος της 1ης περιόδου και P_0 (Price) η τιμή του χρεογράφου κατά το χρόνο μηδέν (0).

- Η απόδοση κεφαλαίου (capital yield – CY) υπολογίζεται διαιρώντας τη μεταβολή της αξίας του χρεογράφου (τιμής πώλησης μείον αρχική τιμή) με την αρχική τιμή του.

$$CY = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

  - όπου, *CY* (capital yield) η απόδοση κεφαλαίου, P_1 η τιμή του χρεογράφου στο τέλος της 1ης περιόδου και P_0 (Price) η τιμή του χρεογράφου κατά το χρόνο μηδέν (0).

- Συνεπώς, η εξίσωση υπολογισμού της ποσοστιαίας απόδοσης (percentage return) ή απλά απόδοσης (return - R) ενός χρεογράφου θα ισούται με:

$$R = \frac{CF_1}{P_0} + \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{CF_1 + P_1 - P_0}{P_0}$$



Μέτρηση της Απόδοσης (4)

- Για παράδειγμα, ένας επενδυτής αγόρασε τις μετοχές της εταιρίας ΑΒ καταβάλλοντας €64 ανά μετοχή, εισέπραξε μέρισμα ύψους €8 και η τιμή πώλησης των μετοχών της εταιρίας στο τέλος του έτους είναι €80. Η απόδοση της επένδυσης θα είναι:

$$R = \frac{CF_1 + P_1 - P_0}{P_0} = \frac{€8 + €80 - €64}{€64} = 0{,}375 \text{ ή } 37{,}5\%$$

- Σημειώνεται ότι αν η τιμή πώλησης των μετοχών της εταιρίας στο τέλος του έτος ήταν χαμηλότερη από €56, η απόδοση θα ήταν αρνητική. Ενδεικτικά, αν η τιμή πώλησης ήταν €53, η απόδοση θα ήταν:

$$R = \frac{CF_1 + P_1 - P_0}{P_0} = \frac{€8 + €53 - €64}{€64} = -0{,}0469 \text{ ή } -4{,}69\%$$

- Γενικότερα, η απόδοση ενός χρεογράφου μεταξύ δύο χρονικών περιόδων (t και $t + 1$) υπολογίζεται ως εξής:

$$R_{t+1} = \frac{CF_{t+1} + P_{t+1} - P_t}{P_t}$$



Παραδοχές για τον υπολογισμό της απόδοσης

i. Η συγκριτική αξιολόγηση επενδύσεων διαφορετικής διάρκειας θα πρέπει να γίνεται σε κοινή χρονική βάση.

   - Αυτό επιτυγχάνεται μετατρέποντας την απόδοση κάθε επένδυσης σε ένα *ετήσιο ισοδύναμο ποσοστό* (ετησιοποιημένη απόδοση).

ii. Το εισόδημα που εισπράττεται σε κάθε χρονική περίοδο θεωρείται ότι πραγματοποιείται στο τέλος της.

iii. Ο υπολογισμός της απόδοσης κεφαλαίου γίνεται ανεξάρτητα από το εάν ο επενδυτής πρόκειται να πουλήσει το χρεόγραφο ή όχι.

✓ Η απόδοση ενός χρεογράφου αντανακλά το κόστος ευκαιρίας των χρημάτων που επενδύθηκαν και επιτρέπει την αξιολόγηση των επενδυτικών επιλογών.

✓ Επιπλέον, οι επενδυτές μπορούν να γνωρίζουν την αξία κάθε επένδυσης με βάση τις τρέχουσες τιμές της αγοράς και να υπολογίζουν το μέγιστο χρηματικό ποσό που θα εισπράξουν από τη ρευστοποίησή της.



Παράδειγμα

- Ο παρακάτω Πίνακας καταγράφει τα μερίσματα, τις τιμές στην αρχή και στο τέλος του έτους για τις μετοχές των εταιριών Α, Β, Γ και Δ. Για κάθε μετοχή να υπολογισθεί:
  α) η χρηματική απόδοση
  β) η απόδοση εισοδήματος
  γ) η απόδοση κεφαλαίου
  δ) η συνολική απόδοση

Μετοχές	Μέρισμα	Τιμή στην Αρχή του έτους	Τιμή στο Τέλος του έτους
Α	€2	€12	€12
Β	€4	€47	€43
Γ	€3	€34	€29
Δ	€5	€62	€62



Υπολογισμός Μέσων Αποδόσεων

- Οι επενδυτές επιλέγουν να αποκτήσουν ένα ή περισσότερα περιουσιακά στοιχεία με σκοπό να *μεγιστοποιήσουν την αξία* των κεφαλαίων τους.

✓ Ένα βασικό κριτήριο αξιολόγησης των εναλλακτικών περιουσιακών στοιχείων είναι οι ιστορικές αποδόσεις, δεδομένου ότι αποτελούν σημαντική ένδειξη αναφορικά με τη μελλοντική τους απόδοση.

  ✓ Οι αποδόσεις των διαφόρων επενδυτικών επιλογών υπολογίζονται σε μία κοινή χρονική βάση - η οποία συνήθως είναι το ένα έτος – με σκοπό τη συγκριτική αξιολόγησή τους.

- Οι **μέσες αποδόσεις** (average returns) των περιουσιακών στοιχείων μπορούν να προσδιορισθούν λαμβάνοντας υπόψη τον αριθμητικό μέσο ή το γεωμετρικό μέσο ενός δείγματος παρατηρήσεων (δειγματοληψία).

  ➢ *Ποια είναι η μέση απόδοση μίας επένδυσης αρχικής αξίας €100, η οποία αυξήθηκε στα €200 έπειτα από ένα έτος, ενώ μειώθηκε στα €100 έπειτα από δύο έτη;*



- **Αριθμητική μέση απόδοση**

Η *αριθμητική μέση απόδοση* (arithmetic mean return) φανερώνει τη μέση ετήσια απόδοση ενός χρεογράφου κατά τη διάρκεια μίας χρονικής περιόδου.

- Υπολογίζεται διαιρώντας το άθροισμα των αποδόσεων κάθε έτους με τον συνολικό αριθμό των ετών.

$$\bar{r} = \frac{r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_n}{n} \qquad \text{ή} \qquad \bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i}{n}$$

- **Γεωμετρική μέση απόδοση**

Η *γεωμετρική μέση απόδοση* (geometric mean return) φανερώνει την ανατοκιζόμενη ετήσια απόδοση ενός χρεογράφου κατά τη διάρκεια μίας περιόδου.

- Υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη ότι το ποσό που επενδύεται μεταβάλλεται στη διάρκεια της περιόδου.

$$g = \sqrt[n]{(1+r_1)\times(1+r_2)\times(1+r_3)\times\ldots\times(1+r_n)} - 1$$



Επιλογή της κατάλληλης μέσης απόδοσης

- Η *αριθμητική μέση απόδοση* είναι κατάλληλη όταν το ζητούμενο είναι η αναμενόμενη απόδοση για μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο στο μέλλον.
  - Αν για παράδειγμα, ζητείται η αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου για το επόμενο έτος, τότε θα πρέπει να χρησιμοποιείται η αριθμητική μέση απόδοση.

- Η *γεωμετρική μέση απόδοση* είναι κατάλληλη όταν το ζητούμενο είναι η αναμενόμενη απόδοση σε πολλές χρονικές περιόδους στο μέλλον.
  - Αν για παράδειγμα, ζητείται η ανατοκιζόμενη απόδοση ενός χρεογράφου για τα επόμενα δέκα έτη, τότε θα πρέπει να χρησιμοποιείται η γεωμετρική μέση απόδοση.

➢ Σε κάθε περίπτωση, η διάρκεια της χρονικής περιόδου για την οποία επιδιώκεται να προσδιορισθεί η αναμενόμενη απόδοση, θα πρέπει πάντοτε να ταυτίζεται με τη διάρκεια των ιστορικών αποδόσεων.
  - Συνεπώς, αν ζητείται η αναμενόμενη απόδοση για το επόμενο έτος, εξάμηνο, μήνα, εβδομάδα ή ημέρα, οι ιστορικές αποδόσεις θα πρέπει να είναι ετήσιες, εξαμηνιαίες, μηνιαίες, εβδομαδιαίες ή ημερήσιες, αντίστοιχα.



Παράδειγμα

- Ο παρακάτω Πίνακας καταγράφει τις τιμές των μετοχών Γ και Δ για τα πέντε τελευταία έτη. Να υπολογισθούν οι αριθμητικές και γεωμετρικές μέσες αποδόσεις των δύο μετοχών.

Έτος	Μετοχή Γ	Μετοχή Δ
0	€45	€10
1	€47	€11
2	€52	€9
3	€51	€10
4	€49	€11
5	€45	€12



Αναμενόμενη Απόδοση Περιουσιακών Στοιχείων

- Οι επενδυτές επιλέγουν να αποκτήσουν τα περιουσιακά στοιχεία που θα τους αποφέρουν τις υψηλότερες αναμενόμενες αποδόσεις (expected returns) με βάση την αριθμητική μέση απόδοση.
  - *Ωστόσο, το βασικό μειονέκτημα της εν λόγω προσέγγισης συνίσταται στο ότι είναι προσανατολισμένη στο παρελθόν (backward looking), δεδομένου ότι συλλέγονται ιστορικά δεδομένα για τη διαμόρφωση προβλέψεων στο μέλλον.*

- Μία διαφορετική προσέγγιση εκτίμησης αναμενόμενων αποδόσεων είναι η δημιουργία σεναρίων αναφορικά με τη μελλοντική εξέλιξη μακροοικονομικών ή άλλων σημαντικών μεγεθών και ο προσδιορισμός αντίστοιχων αναμενόμενων αποδόσεων.
  - *Οι αναμενόμενες αποδόσεις και οι αντίστοιχες πιθανότητες αποτελούν μία κατανομή πιθανοτήτων των αποδόσεων (probability distribution of returns) του χρεογράφου.*
  - *Η αναμενόμενη απόδοση υπολογίζεται ως ένας σταθμισμένος μέσος όρος των αναμενόμενων αποδόσεων διαφόρων σεναρίων, όπου κάθε απόδοση σταθμίζεται με την αντίστοιχη πιθανότητα να πραγματοποιηθεί.*

$$E(r) = (r_1 \times p_1) + (r_2 \times p_2) + (r_3 \times p_3) + \ldots + (r_n \times p_n) \qquad \text{ή} \qquad E(r) = \sum_{i=1}^{n} (r_i \times p_i)$$

➢ όπου, $E(r)$ (Expected return) η αναμενόμενη απόδοση, r_i (return) η απόδοση στο σενάριο i, p_i (probability) η πιθανότητα εμφάνισης του σεναρίου i και n (number) ο αριθμός των σεναρίων.



Παράδειγμα

- Έστω ότι επιδιώκεται να προσδιορισθεί η αναμενόμενη απόδοση του γενικού δείκτη τιμών του χρηματιστηρίου για το επόμενο έτος. Το αισιόδοξο σενάριο ανάπτυξης της οικονομίας έχει πιθανότητα εμφάνισης 50% και προβλέπει άνοδο του γενικού δείκτη κατά 14%. Το ουδέτερο σενάριο σταθεροποίησης έχει πιθανότητα εμφάνισης 30% και προβλέπει μικρή άνοδο του γενικού δείκτη κατά 5%. Τέλος, υπάρχει πιθανότητα 20% η οικονομία να εισέλθει σε ύφεση, οπότε ο γενικός δείκτης θα μειωθεί κατά 10%.

Λύση:

Πιθανά Σενάρια (1)	Πιθανότητα Εμφάνισης (2)	Απόδοση ΓΔ (3)	Απόδοση ΓΔ × Πιθανότητα Εμφάνισης (4) = (2) × (3)
Ανάπτυξη	50%	14%	0,07 (0,5 × 0,14)
Σταθεροποίηση	30%	5%	0,015 (0,3 × 0,05)
Ύφεση	20%	-10%	-0,02 (0,2 × 0,1)
		Αναμενόμενη Απόδοση E(r)	0,065 ή *6,5%*

- Εφαρμόζοντας την εξίσωση (9-10) η αναμενόμενη απόδοση του γενικού δείκτη θα είναι:

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} (r_i \times p_i) = (0{,}14 \times 0{,}5) + (0{,}05 \times 0{,}3) - (0{,}1 \times 0{,}2) =$$

$$= 0{,}07 + 0{,}015 - 0{,}02 = 0{,}065 \text{ ή } 6{,}5\%$$



Χρησιμότητα μεθόδου *(κατανομή πιθανοτήτων)*

- Η δεύτερη προσέγγιση για την εκτίμηση αναμενόμενων αποδόσεων έχει το πλεονέκτημα ότι είναι *προσανατολισμένη στο μέλλον* (forward looking), ωστόσο και αυτή συνοδεύεται από κάποια σημαντικά μειονεκτήματα.
  - *Ειδικότερα, τόσο ο αριθμός των εναλλακτικών σεναρίων όσο και η πιθανότητα εμφάνισής τους προσδιορίζονται εμπειρικά, γεγονός που συνεπάγεται αυξημένο κίνδυνο.*
  - *Επιπλέον, οι αποδόσεις που αναμένεται να εμφανισθούν σε κάθε σενάριο αποτελούν συνάρτηση διαφόρων μεταβλητών και όχι αποκλειστικά και μόνο της υπόθεσης του μακροοικονομικού ή οποιουδήποτε άλλου μεγέθους υιοθετείται.*

✓ Γενικότερα, η δημιουργία σεναρίων για τον υπολογισμό αναμενόμενων αποδόσεων θεωρείται αποτελεσματική για *βραχυπρόθεσμα χρονικά διαστήματα,* δεδομένου ότι η τρέχουσα πληροφόρηση θεωρείται ικανοποιητική για τη δημιουργία βραχυπρόθεσμων προβλέψεων.

✓ Αντιθέτως, όταν το ζητούμενο είναι ο προσδιορισμός αναμενόμενων αποδόσεων σε μακροπρόθεσμο ορίζοντα, η χρήση των ιστορικών δεδομένων θεωρείται πιο αξιόπιστη



Παράδειγμα

- Ένας επενδυτής θέλει να υπολογίσει την αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου που κατέχει. Για το σκοπό αυτό έχει διαμορφώσει πέντε εναλλακτικά σενάρια για την εξέλιξη της κερδοφορίας της εκδότριας εταιρίας, αποσκοπώντας να καλύψει όλο το φάσμα των πιθανών μελλοντικών εξελίξεων. Το κάθε σενάριο συνοδεύεται από την πιθανότητα εμφάνισής του και για κάθε ένα ο επενδυτής έχει προσδιορίσει την ποσοστιαία μεταβολή της αξίας του χρεογράφου.

Πιθανά Σενάρια	Πιθανότητα Εμφάνισης	Απόδοση Χρεογράφου
Ισχυρή Ανάπτυξη	20%	15%
Ήπια Ανάπτυξη	30%	8%
Σταθεροποίηση	15%	3%
Ήπια Ύφεση	20%	-6%
Ισχυρή Ύφεση	15%	-12%
Άθροισμα	*100%*	



Λύση

- Αρχικά, η απόδοση του χρεογράφου σε κάθε πιθανό σενάριο θα πρέπει να σταθμιστεί με την αντίστοιχη πιθανότητα εμφάνισής του. Η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου θα είναι το άθροισμα των σταθμισμένων αποδόσεων.

Πιθανά Σενάρια (1)	Πιθανότητα Εμφάνισης (2)	Απόδοση Χρεογράφου (3)	Απόδοση Χρεογράφου × Πιθανότητα Εμφάνισης (4) = (2) × (3)
Ισχυρή Ανάπτυξη	20%	15%	0,03 (0,2 × 0,15)
Ήπια Ανάπτυξη	30%	8%	0,024 (0,3 × 0,08)
Σταθεροποίηση	15%	3%	0,0045 (0,15 × 0,03)
Ήπια Ύφεση	20%	-6%	-0,012 (0,2 × 0,06)
Ισχυρή Ύφεση	15%	-12%	-0,018 (0,15 × 0,12)
		Αναμενόμενη Απόδοση E(r)	0,0285 ή *2,85%*

- Εφαρμόζοντας την εξίσωση (9-10) η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου θα είναι:

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} (r_i \times p_i) = (0{,}2 \times 0{,}15) + (0{,}3 \times 0{,}08) + (0{,}15 \times 0{,}03) - (0{,}2 \times 0{,}06) - (0{,}15 \times 0{,}12) =$$

$$= 0{,}03 + 0{,}024 + 0{,}0045 - 0{,}012 - 0{,}018 = 0{,}0285 \text{ ή } 2{,}85\%$$



Κίνδυνος Περιουσιακών Στοιχείων

- Η επένδυση σε ένα ή περισσότερα περιουσιακά στοιχεία συνεπάγεται **κίνδυνο** (risk), καθώς οι αναμενόμενες αποδόσεις δεν είναι βέβαιο ότι θα πραγματοποιηθούν.
  - ✓ Ο κίνδυνος ορίζεται ως *η πιθανότητα η πραγματική απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου να διαφέρει από την αναμενόμενη*.
- Μεταξύ κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης υπάρχει μία ανταλλαγή (trade-off), γεγονός που υποδηλώνει ότι τα περιουσιακά στοιχεία που έχουν υψηλότερες αναμενόμενες αποδόσεις έχουν υψηλότερο κίνδυνο και το αντίστροφο.
- Ο κίνδυνος ενός χρεογράφου προσδιορίζεται λαμβάνοντας υπόψη τη *μεταβλητότητα των αποδόσεών του*, υπολογίζοντας τη διακύμανση (variance) ή την τυπική απόκλιση (standard deviation).
- Όπως συμβαίνει με την αναμενόμενη απόδοση, έτσι και ο κίνδυνος ενός χρεογράφου μπορεί να υπολογισθεί είτε με *δειγματοληψία* (χρήση ιστορικών δεδομένων) είτε με την *κατανομή πιθανοτήτων* των αποδόσεων (δημιουργία σεναρίων).



Δειγματοληψία

- Όταν η εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης γίνεται λαμβάνοντας υπόψη ένα δείγμα ιστορικών παρατηρήσεων, η διακύμανση ισούται με τη μέση τιμή της τετραγωνικής διαφοράς κάθε ποσοστού απόδοσης από την αριθμητική μέση απόδοση (αναμενόμενη απόδοση).

$$\sigma^2 = \frac{(r_1 - \bar{r})^2 + (r_2 - \bar{r})^2 + (r_3 - \bar{r})^2 + \ldots + (r_n - \bar{r})^2}{\mathrm{N} - 1} \qquad \text{ή} \qquad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r})^2}{\mathrm{N} - 1}$$

- Δεδομένου ότι η τυπική απόκλιση είναι η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης, η εξίσωση υπολογισμού της είναι:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r})^2}{\mathrm{N} - 1}}$$



Παράδειγμα

- Έστω ότι οι αποδόσεις των μετοχών Α και Β για τα τελευταία έξι έτη καταγράφονται στον παρακάτω Πίνακα. Να υπολογισθεί η διακύμανση και η τυπική απόκλιση των δύο μετοχών.

Έτος	Μετοχή Α	Μετοχή Β
1	3%	8%
2	5%	12%
3	-2%	16%
4	7%	-13%
5	0%	-10%
6	-1%	5%



Λύση:

Αρχικά θα πρέπει να υπολογισθεί η αναμενόμενη απόδοση κάθε μετοχής. Εφαρμόζοντας την εξίσωση (9-8), οι αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών Α και Β θα είναι:

Μετοχή Α

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i}{n} = \frac{0,03 + 0,05 - 0,02 + 0,07 + 0,0 - 0,01}{6} = 0,02$$

Μετοχή Β

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i}{n} = \frac{0,08 + 0,12 + 0,16 - 0,13 - 0,1 + 0,05}{6} = 0,03$$

✓ *Η αναμενόμενη απόδοση για τις μετοχές Α και Β είναι 2% και 3%, αντίστοιχα.*



Πίνακας 9-10
Διαδικασία υπολογισμού της διακύμανσης και της τυπικής απόκλισης

	Μετοχή Α			Μετοχή Β		
Έτος	Απόδοση Μετοχής	Διαφορά Αποδόσεων	Τετράγωνο Διαφοράς	Απόδοση Μετοχής	Διαφορά Αποδόσεων	Τετράγωνο Διαφοράς
1	0,03	0,01	0,0001	0,08	0,05	0,0025
2	0,05	0,03	0,0009	0,12	0,09	0,0081
3	-0,02	-0,04	0,0016	0,16	0,13	0,0169
4	0,07	0,05	0,0025	-0,13	-0,16	0,0256
5	0,00	-0,02	0,0004	-0,10	-0,13	0,0169
6	-0,01	-0,03	0,0009	0,05	0,02	0,0004
		Άθροισμα	*0,0064*		*Άθροισμα*	*0,0704*
		Διακύμανση	*0,00128*		*Διακύμανση*	*0,0141*
		Τυπική απόκλιση	*3,58%*		*Τυπική απόκλιση*	*11,87%*



Εφαρμόζοντας την εξίσωση (9-11) η διακύμανση των μετοχών Α και Β θα είναι:

Μετοχή Α

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - \bar{r}\right)^2}{\mathrm{N}-1} = \frac{\begin{array}{l}(0{,}03-0{,}02)^2+(0{,}05-0{,}02)^2+(-0{,}02-0{,}02)^2+(0{,}07-0{,}02)^2+\\ +(0{,}00-0{,}02)^2+(-0{,}01-0{,}02)^2\end{array}}{6-1} =$$

$$= \frac{0{,}0001+0{,}0009+0{,}0016+0{,}0025+0{,}0004+0{,}0009}{5} = 0{,}00128$$

Η τυπική απόκλιση της μετοχής Α θα είναι:

$$\sigma = \sqrt{0{,}00128} = 0{,}0358$$

Μετοχή Β

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(r_i - \bar{r}\right)^2}{\mathrm{N}-1} = \frac{\begin{array}{l}(0{,}08-0{,}03)^2+(0{,}12-0{,}03)^2+(0{,}16-0{,}03)^2+(-0{,}13-0{,}03)^2+\\ +(-0{,}10-0{,}03)^2+(0{,}05-0{,}03)^2\end{array}}{6-1} =$$

$$= \frac{0{,}0025+0{,}0081+0{,}0169+0{,}0256+0{,}0169+0{,}0004}{5} = 0{,}0141$$

Η τυπική απόκλιση της μετοχής Α θα είναι:

$$\sigma = \sqrt{0{,}0141} = 0{,}1187$$



Παράδειγμα

- Ο παρακάτω Πίνακας καταγράφει τις τιμές των μετοχών Γ και Δ για τα πέντε τελευταία έτη. Να υπολογισθεί η διακύμανση και η τυπική απόκλιση των αποδόσεών τους.

Έτος	Μετοχή Γ	Μετοχή Δ
0	€45	€10
1	€47	€11
2	€52	€9
3	€51	€10
4	€49	€11
5	€45	€12



Κατανομή πιθανοτήτων

- Όταν η εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης γίνεται με τη δημιουργία μίας κατανομής πιθανοτήτων των αποδόσεων του χρεογράφου, η διακύμανση ισούται με τη σταθμισμένη τετραγωνική διαφορά κάθε ποσοστού απόδοσης από την αναμενόμενη απόδοση.

$$\sigma^2 = p_1\left(r_1 - E(r)\right)^2 + p_2\left(r_2 - E(r)\right)^2 + p_3\left(r_3 - E(r)\right)^2 + \ldots + p_n\left(r_n - E(r)\right)^2$$

ή

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i\left(r_i - E(r)\right)^2$$

- Δεδομένου ότι η τυπική απόκλιση είναι η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης, η εξίσωση υπολογισμού της είναι:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} p_i\left(r_i - E(r)\right)^2}$$



Παράδειγμα

- Έστω ότι επιδιώκεται να προσδιορισθεί η διακύμανση και η τυπική απόκλιση της απόδοσης του γενικού δείκτη τιμών του χρηματιστηρίου βάσει τριών εναλλακτικών σεναρίων. Το αισιόδοξο σενάριο ανάπτυξης της οικονομίας έχει πιθανότητα εμφάνισης 50%, το ουδέτερο (σταθεροποίηση) 30% και το αρνητικό (ύφεση) 20%. Η αντίστοιχη μεταβολή του γενικού δείκτη σε κάθε πιθανό σενάριο αναμένεται να είναι 14%, 5% και -10%.

Λύση:

Αρχικά, υπολογίζεται η αναμενόμενη απόδοση εφαρμόζοντας την εξίσωση (9-10):

$$E(r) = \sum_{i=1}^{n} (r_i \times p_i) = (0{,}14 \times 0{,}5) + (0{,}05 \times 0{,}3) - (0{,}1 \times 0{,}2) =$$

$$= 0{,}07 + 0{,}015 - 0{,}02 = 0{,}065$$



Πίνακας 9-13
Διαδικασία υπολογισμού της διακύμανσης και της τυπικής απόκλισης

Πιθανά Σενάρια (1)	Πιθανότητα Εμφάνισης (2)	Απόδοση ΓΔ (3)	Διαφορά Αποδόσεων (4)	Τετράγωνο διαφοράς (5)	Πιθανότητα × Τετράγωνο διαφοράς (6) = (5) × (2)
Ανάπτυξη	0,5	0,14	0,075	0,005625	0,0028125
Σταθεροποίηση	0,3	0,05	-0,015	0,000225	0,0000675
Ύφεση	0,2	-0,10	-0,165	0,027225	0,0054450
				Διακύμανση	*0,008325*
				Τυπική απόκλιση	*9,12%*



Εφαρμόζοντας την εξίσωση (9-13) η διακύμανση του γενικού δείκτη θα είναι:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i \left(r_i - E(r)\right)^2 = 0{,}5(0{,}14 - 0{,}065)^2 + 0{,}3(0{,}05 - 0{,}065)^2 + 0{,}2(-0{,}1 - 0{,}065)^2 =$$

$$= 0{,}0028125 + 0{,}0000675 + 0{,}005445 = 0{,}008325$$

Η τυπική απόκλιση του γενικού δείκτη θα είναι:

$$\sigma = \sqrt{0{,}008325} = 0{,}0912 \text{ ή } 9{,}12\%$$



Παράδειγμα

- Ένας επενδυτής θέλει να εκτιμήσει τον κίνδυνο ενός χρεογράφου που κατέχει. Για το σκοπό επιθυμεί να υπολογίσει τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση των αναμενόμενων αποδόσεων.

Πιθανά Σενάρια	Πιθανότητα Εμφάνισης	Απόδοση Χρεογράφου
Ισχυρή Ανάπτυξη	20%	15%
Ήπια Ανάπτυξη	30%	8%
Σταθεροποίηση	15%	3%
Ήπια Ύφεση	20%	-6%
Ισχυρή Ύφεση	15%	-12%
Άθροισμα	*100%*	



Συντελεστής Μεταβλητότητας

- Οι επενδυτές επιλέγουν να αποκτήσουν ένα ή περισσότερα περιουσιακά στοιχεία λαμβάνοντας υπόψη την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο.

- Μεταξύ περιουσιακών στοιχείων με ίση αναμενόμενη απόδοση θα επιλέγονται αυτά με το χαμηλότερο κίνδυνο, ενώ μεταξύ περιουσιακών στοιχείων παρόμοιου κινδύνου θα επιλέγονται αυτά με την υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση.

  - *Ωστόσο, στην πραγματικότητα σπάνια δύο ή περισσότερα περιουσιακά στοιχεία έχουν ίση ή παρόμοια είτε αναμενόμενη απόδοση είτε κίνδυνο.*

- Ένα χρήσιμο εργαλείο για τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων είναι ο **συντελεστής μεταβλητότητας** (coefficient of variation – CV) που φανερώνει τον κίνδυνο ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης.

- Ο συντελεστής μεταβλητότητας υπολογίζεται διαιρώντας την τυπική απόκλιση με την αναμενόμενη απόδοση.

$$CV = \frac{\sigma}{\mathrm{E}(r)}$$

✓ Γενικότερα, οι επενδυτές θα πρέπει να επιλέγουν περιουσιακά στοιχεία με *χαμηλό συντελεστή μεταβλητότητας*.



Παράδειγμα

Ένας επενδυτής επιθυμεί να πραγματοποιήσει μία επένδυση και θα πρέπει να επιλέξει μεταξύ των μετοχών Α και Β. Ο επενδυτής έχει διαμορφώσει τέσσερα εναλλακτικά σενάρια αναφορικά με την εξέλιξη της οικονομικής κατάστασης, ενώ έχει εκτιμήσει την αντίστοιχη πιθανότητα εμφάνισης κάθε σεναρίου και την αντίστοιχη απόδοση για κάθε μετοχή. Να προσδιορισθεί η καλύτερη επενδυτική επιλογή με κριτήριο το συντελεστή μεταβλητότητας των δύο μετοχών.

Πιθανά Σενάρια	Πιθανότητα Εμφάνισης	Απόδοση Μετοχής Α	Απόδοση Μετοχής Β
Ισχυρή Ανάπτυξη	25%	12%	14%
Ήπια Ανάπτυξη	40%	8%	10%
Σταθεροποίηση	15%	2%	1%
Ήπια Ύφεση	20%	-4%	-8%



Χαρτοφυλάκιο Περιουσιακών Στοιχείων

- Αντί για μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία, οι επενδυτές συχνά επιλέγουν να συνθέσουν χαρτοφυλάκια (portfolios).

- Ένα χαρτοφυλάκιο ορίζεται ως μία συλλογή περιουσιακών στοιχείων, όπως μετοχές, ομόλογα, έντοκα γραμμάτια, εμπορεύματα, συναλλαγματικές ισοτιμίες και παράγωγα.

  - Επιπλέον, ένα χαρτοφυλάκιο ενδέχεται να περιλαμβάνει και άλλα χαρτοφυλάκια, όπως αμοιβαία κεφάλαια και διαπραγματεύσιμα αμοιβαία κεφάλαια, καθώς επίσης και δομημένα χρηματοοικονομικά προϊόντα.

- Γενικότερα, ένα χαρτοφυλάκιο είναι ένα επενδυτικό «καλάθι» που αποτελείται από δύο τουλάχιστον χρηματοοικονομικά προϊόντα.

✓ Ο λόγος για τον οποίο οι επενδυτές επιλέγουν να επενδύουν τα διαθέσιμα κεφάλαιά τους σε ένα χαρτοφυλάκιο και όχι σε ένα μεμονωμένο περιουσιακό στοιχείο είναι *η μείωση του κινδύνου μέσω της διαφοροποίησης.*

- *Με άλλα λόγια, η σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου γίνεται με σκοπό να δημιουργηθεί μία καλύτερη σχέση μεταξύ κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης.*



Αναμενόμενη Απόδοση Χαρτοφυλακίου

- Η αναμενόμενη απόδοση (expected return) ενός χαρτοφυλακίου είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των αναμενόμενων αποδόσεων των μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων που το συνθέτουν.

- Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου το οποίο αποτελείται από *n* περιουσιακά στοιχεία υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$E(r_p) = (w_1 \times E(r_1)) + (w_2 \times E(r_2)) + (w_3 \times E(r_3)) + \ldots + (w_n \times E(r_n))$$

ή

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{n} (w_i \times E(r_i))$$



Παράδειγμα

- Έστω ότι ένας επενδυτής διαθέτει €100.000 και επιθυμεί να επενδύσει €60.000 στο χρεόγραφο Α και τα υπόλοιπα στο χρεόγραφο Β. Ο επενδυτής εκτιμά ότι στο μέλλον υπάρχουν τρία πιθανά σενάρια αναφορικά με την εξέλιξη της γενικότερης οικονομικής κατάστασης. Για κάθε σενάριο έχει εκτιμήσει την πιθανότητα εμφάνισης, καθώς επίσης και την αντίστοιχη αναμενόμενη απόδοση των χρεογράφων Α και Β.

Πιθανά Σενάρια	Πιθανότητα Εμφάνισης	Χρεόγραφο Α	Χρεόγραφο Β
Ανάπτυξη	50%	9%	6%
Σταθεροποίηση	30%	3%	10%
Ύφεση	20%	-7%	25%
Άθροισμα	*100%*		



Λύση

Η διαδικασία υπολογισμού των αναμενόμενων αποδόσεων των χρεογράφων Α και Β παρουσιάζεται αναλυτικά στους παρακάτω Πίνακες.

Πιθανά Σενάρια (1)	Πιθανότητα Εμφάνισης (2)	Απόδοση Χρεογράφου Α (3)	Απόδοση Χρεογράφου Α × Πιθανότητα Εμφάνισης (4) = (2) × (3)
Ανάπτυξη	50%	9%	0,045 (0,5 × 0,09)
Σταθεροποίηση	30%	3%	0,009 (0,3 × 0,03)
Ύφεση	20%	-7%	-0,014 (0,2 × 0,07)
		Αναμενόμενη Απόδοση $E(r_A)$	*0,04 ή 4,0%*

Πιθανά Σενάρια (1)	Πιθανότητα Εμφάνισης (2)	Απόδοση Χρεογράφου Β (3)	Απόδοση Χρεογράφου Β × Πιθανότητα Εμφάνισης (4) = (2) × (3)
Ανάπτυξη	50%	6%	0,03 (0,5 × 0,06)
Σταθεροποίηση	30%	10%	0,03 (0,3 × 0,1)
Ύφεση	20%	25%	0,05 (0,2 × 0,25)
		Αναμενόμενη Απόδοση $E(r_B)$	*0,11 ή 11,0%*



- Δεδομένου ότι ο επενδυτής διαθέτει €100.000 και επιθυμεί να επενδύσει €60.000 στο χρεόγραφο Α, τα ποσοστά συμμετοχής των δύο χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο θα είναι 60% και 40%, αντίστοιχα.

- Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου που αποτελείται 60% από το χρεόγραφο Α και 40% από το χρεόγραφο Β θα είναι:

Επενδύσεις Χαρτοφυλακίου (1)	Ποσοστό Συμμετοχής (2)	Αναμενόμενη Απόδοση (3)	Ποσοστό Συμμετοχής × Αναμενόμενη Απόδοση (4) = (2) × (3)
Χρεόγραφο Α	60%	4%	0,024 (0,6 × 0,04)
Χρεόγραφο Β	40%	11%	0,044 (0,4 × 0,11)
		Αναμενόμενη Απόδοση $E(r_p)$	*0,068 ή 6,8%*

➢ Εφαρμόζοντας την εξίσωση (9-16) η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{n} (w_i \times E(r_i)) = (0{,}6 \times 0{,}04) + (0{,}4 \times 0{,}11) = 0{,}024 + 0{,}044 = 0{,}068$$



Διάγραμμα 9-1
Αναμενόμενη απόδοση χαρτοφυλακίου





Παράδειγμα

Ένας επενδυτής διαθέτει €160.000 και επιθυμεί να επενδύσει σε τρία χρεόγραφα. Στο χρεόγραφο Α επιθυμεί να επενδύσει €80.000, ενώ τα υπόλοιπα χρήματα επιθυμεί να τα κατανείμει ισομερώς στα χρεόγραφα Β και Γ. Ο επενδυτής έχει εκτιμήσει πέντε σενάρια για τη μελλοντική οικονομική κατάσταση, τις πιθανότητες εμφάνισης του κάθε σεναρίου, καθώς επίσης και την αντίστοιχη αναμενόμενη απόδοση των τριών χρεογράφων σε κάθε μελλοντικό σενάριο.

Πιθανά Σενάρια	Πιθανότητα Εμφάνισης	Απόδοση Χρεογράφου Α	Απόδοση Χρεογράφου Β	Απόδοση Χρεογράφου Γ
Ισχυρή Ανάπτυξη	20%	15%	7%	21%
Ήπια Ανάπτυξη	30%	8%	4%	17%
Σταθεροποίηση	15%	3%	0%	9%
Ήπια Ύφεση	20%	-6%	-2%	-9%
Ισχυρή Ύφεση	15%	-12%	-5%	-15%
Άθροισμα	*100%*			



Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου

- Σε αντίθεση με την αναμενόμενη απόδοση, ο **κίνδυνος** ενός χαρτοφυλακίου δεν ισούται με το σταθμικό μέσο όρο των τυπικών αποκλίσεων των μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων που το συνθέτουν.

✓ Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου ισούται με τη *σταθμισμένη διακύμανση των μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων και τη συνδιακύμανση* ή *συσχέτιση των αποδόσεών τους.*

- Η εξίσωση υπολογισμού της διακύμανσης ενός χαρτοφυλακίου με δύο περιουσιακά στοιχεία είναι:

$$\sigma_p^2 = w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB}$$

- Γενικότερα, η εξίσωση υπολογισμού της διακύμανσης ενός χαρτοφυλακίου με *n* περιουσιακά στοιχεία θα είναι:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2\sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}$$

➢ Από την παραπάνω εξίσωση συνεπάγεται ότι ο υπολογισμός της *διακύμανσης ενός χαρτοφυλακίου* προϋποθέτει τον υπολογισμό της διακύμανσης όλων των μεμονωμένων χρεογράφων, καθώς και της συνδιακύμανσης όλων των πιθανών συνδυασμών μεταξύ αυτών.



Συνδιακύμανση

- Η συνδιακύμανση (covariance) είναι ένα στατιστικό μέτρο που μετράει την κοινή μεταβλητότητα δύο τυχαίων μεταβλητών.
  - Εμφανίζει το βαθμό στον οποίο δύο *τυχαίες μεταβλητές* τείνουν να αποκλίνουν συγχρόνως από τις αριθμητικές μέσες αποδόσεις τους (αναμενόμενες αποδόσεις).

- Όταν πρόκειται για δύο χρεόγραφα, η συνδιακύμανση *μετράει τη μεταβλητότητα των αποδόσεων του ενός χρεογράφου σε σχέση με τη μεταβλητότητα του άλλου.*

- Η εξίσωση υπολογισμού της συνδιακύμανσης είναι:

$$COV_{AB} = \sigma_{\mathrm{AB}} = \sum_{i=1}^{n} p_i \left(r_{Ai} - E(r_A)\right)\left(r_{Bi} - E(r_B)\right)$$

- Σημειώνεται ότι όταν η εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου των χρεογράφων γίνεται με δειγματοληψία, η εξίσωση της συνδιακύμανσης θα είναι:

$$COV_{AB} = \sigma_{\mathrm{AB}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(r_{Ai} - E(r_A)\right)\left(r_{Bi} - E(r_B)\right)}{\mathrm{N} - 1}$$

  - ✓ Θετική συνδιακύμανση υποδηλώνει πως εάν το ένα χρεόγραφο μεταβάλλεται θετικά, το ίδιο θα συμβαίνει και με το άλλο, ενώ αρνητική συνδιακύμανση υποδηλώνει πως εάν το ένα χρεόγραφο μεταβάλλεται θετικά, το άλλο θα μεταβάλλεται αρνητικά.



Συντελεστής Συσχέτισης

- Ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient) είναι ένα *σχετικό μέτρο* της μεταβλητότητας δύο τυχαίων μεταβλητών.

- Όταν πρόκειται για δύο χρεόγραφα, ο συντελεστής συσχέτισης μετράει τη μεταβλητότητα των αποδόσεων του ενός χρεογράφου σε σχέση με τη μεταβλητότητα του άλλου.

- Η εξίσωση υπολογισμού του συντελεστή συσχέτισης είναι:

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \sigma_B}$$

➢ Αναδιατάσσοντας την παραπάνω εξίσωση, θα έχουμε:

$$\sigma_{AB} = \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B$$

✓ Οπότε οι εξισώσεις υπολογισμού της διακύμανσης ενός χαρτοφυλακίου με δύο και *n* περιουσιακά στοιχεία, θα είναι:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2 w_A w_B \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B \qquad \text{και} \qquad \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$



Τιμές του Συντελεστή Συσχέτισης

- Ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τιμές από -1 έως 1, όπου *-1* σημαίνει ότι υπάρχει τέλεια αρνητική συσχέτιση και *1* τέλεια θετική συσχέτιση.

A. Όταν δύο χρεόγραφα έχουν θετικό συντελεστή συσχέτισης, τότε κινούνται προς την *ίδια κατεύθυνση.*

   - *Με άλλα λόγια, αν οι αποδόσεις του ενός είναι θετικές, το ίδιο θα συμβαίνει και με το άλλο και το αντίστροφο.*

B. Αντιθέτως, αν δύο χρεόγραφα έχουν αρνητικό συντελεστή συσχέτισης, τότε κινούνται προς την *αντίθετη κατεύθυνση.*

   - *Αν οι αποδόσεις του ενός είναι θετικές, το άλλο θα εμφανίζει αρνητικές αποδόσεις και το αντίστροφο.*

✓ Όσο πιο κοντά στη μονάδα (1 ή -1) είναι ο συντελεστής συσχέτισης δύο χρεογράφων τόσο πιο ισχυρή (θετική ή αρνητική) είναι η σχέση των αποδόσεών τους.

   - *Όταν ο συντελεστής συσχέτισης ισούται με το μηδέν (0) σημαίνει ότι μεταξύ των χρεογράφων δεν υπάρχει συσχέτιση, δηλαδή τα χρεόγραφα είναι ανεξάρτητα.*



Παράδειγμα

Ένας επενδυτής διαθέτει €100.000 και επιθυμεί να επενδύσει €60.000 και €40.000 στα χρεόγραφα Α και Β, αντίστοιχα. Ο επενδυτής διαμορφώνει τρία πιθανά σενάρια αναφορικά με την εξέλιξη της γενικότερης οικονομικής κατάστασης και για κάθε σενάριο έχει εκτιμήσει την πιθανότητα εμφάνισης, καθώς επίσης και την αντίστοιχη αναμενόμενη απόδοση των χρεογράφων Α και Β.

Πιθανά Σενάρια	Πιθανότητα Εμφάνισης	Χρεόγραφο Α	Χρεόγραφο Β
Ανάπτυξη	50%	9%	6%
Σταθεροποίηση	30%	3%	10%
Ύφεση	20%	-7%	25%
Άθροισμα	*100%*		



Διάγραμμα 9-2
Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου





Συντελεστής Συσχέτισης και Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου

- Το βασικό πλεονέκτημα από την κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου επενδυτικών προϊόντων είναι η *μείωση του επενδυτικού κινδύνου.*

- Η κατανομή των διαθέσιμων κεφαλαίων σε περισσότερα του ενός περιουσιακά στοιχεία με σκοπό τη μείωση του κινδύνου λέγεται διαφοροποίηση (diversification).

✓ Η επίδραση της διαφοροποίησης στο επίπεδο κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου καθορίζεται από τη σχέση (μεταβλητότητα) των αποδόσεων των στοιχείων που το συνθέτουν.

  - Η τυπική απόκλιση ενός χαρτοφυλακίου μειώνεται καθώς επιλέγονται περιουσιακά στοιχεία με όσο το δυνατόν μικρότερη συνδιακύμανση ή συντελεστή συσχέτισης.
  - Με άλλα λόγια, η κατασκευή χαρτοφυλακίων με μη συσχετισμένα περιουσιακά στοιχεία συνεπάγεται την ελαχιστοποίηση του επενδυτικού κινδύνου.



1η Περίπτωση: $\rho = 1$

$$\sigma_p = \sqrt{w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B} =$$

$$= \sqrt{w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_A\sigma_B} =$$

$$= \sqrt{(w_A\sigma_A + w_B\sigma_B)^2} \Rightarrow$$

$$\sigma_p = w_A\sigma_A + w_B\sigma_B$$

- Όταν ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από δύο χρεόγραφα που έχουν τέλεια θετική συσχέτιση, η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου ισούται με το σταθμικό μέσο όρο των τυπικών αποκλίσεων των δύο χρεογράφων.

✓ Σε αυτή την περίπτωση, *η επίδραση της διαφοροποίησης είναι μηδενική* και δεν έχει επιτευχθεί κάποια μείωση του κινδύνου.



2η Περίπτωση: $\rho = 0$

$$\sigma_p = \sqrt{w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B} =$$

$$= \sqrt{w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2} \Rightarrow$$

$$\sigma_p = \left(w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2\right)^{1/2}$$

- Όταν ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από δύο χρεόγραφα που έχουν μηδενική συσχέτιση, η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου είναι μικρότερη συγκριτικά με την προηγούμενη περίπτωση της τέλειας θετικής συσχέτισης.

✓ Σε αυτή την περίπτωση, *η επίδραση της διαφοροποίησης είναι σημαντική.*



3η Περίπτωση: $\rho = -1$

$$\sigma_p = \sqrt{w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B} =$$

$$= \sqrt{w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 - 2w_A w_B \sigma_A\sigma_B} =$$

$$= \sqrt{(w_A\sigma_A - w_B\sigma_B)^2} \Rightarrow$$

$$\sigma_p = w_A\sigma_A - w_B\sigma_B$$

- Όταν ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από δύο χρεόγραφα που έχουν τέλεια αρνητική συσχέτιση, η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου θα είναι μικρότερη συγκριτικά και με τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις.

✓ Σε αυτή την περίπτωση, *η επίδραση της διαφοροποίησης στη μείωση του επενδυτικού κινδύνου μεγιστοποιείται*. Μάλιστα, τα ποσοστά συμμετοχής των δύο χρεογράφων μπορούν να συνδυασθούν με τέτοιο τρόπο ώστε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου να μηδενισθεί.



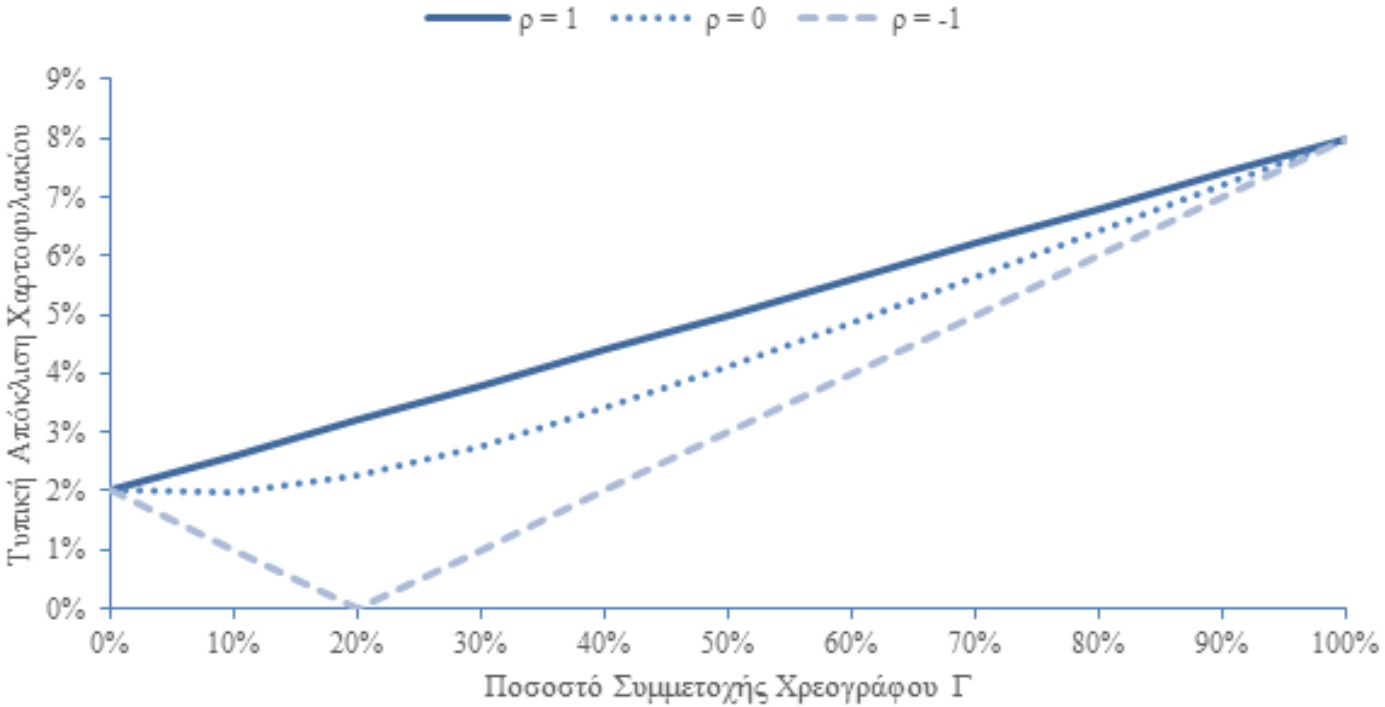
Σχέση ρ με κίνδυνο χαρτοφυλακίου (Ανακεφαλαίωση)

$\rho = 1$	$\sigma_p = w_A\sigma_A + w_B\sigma_B$
$\rho = 0$	$\sigma_p = \left(w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2\right)^{1/2}$
$\rho = -1$	$\sigma_p = w_A\sigma_A - w_B\sigma_B$



Παράδειγμα

- Για την καλύτερη κατανόηση της επίδρασης του συντελεστή συσχέτισης στην τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου, εξετάζεται ένα χαρτοφυλάκιο με δύο χρεόγραφα, το Γ και το Δ. Η τυπική απόκλιση των χρεογράφων Γ και Δ είναι 8% και 2%, αντίστοιχα. Θα υπολογισθεί η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου βάσει των τριών ακραίων υποθέσεων αναφορικά με το συντελεστή συσχέτισης των δύο χρεογράφων, δηλαδή 1, 0 και -1.





Χαρτοφυλάκιο Ελάχιστης Διακύμανσης

- Όταν ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από δύο περιουσιακά στοιχεία, είναι δυνατόν να προσδιορισθούν τα ποσοστά συμμετοχής τους με σκοπό την κατασκευή του χαρτοφυλακίου ελάχιστης διακύμανσης.

- Η εξίσωση υπολογισμού των ποσοστών συμμετοχής των δύο χρεογράφων για την κατασκευή του χαρτοφυλακίου ελάχιστης διακύμανσης είναι:

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}}$$

- Δεδομένου ότι $\sigma_{AB} = \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B$, η εξίσωση υπολογισμού των ποσοστών συμμετοχής των δύο χρεογράφων για την κατασκευή του χαρτοφυλακίου ελάχιστης διακύμανσης θα είναι:

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B} \quad \text{και} \quad w_B = 1 - w_A$$



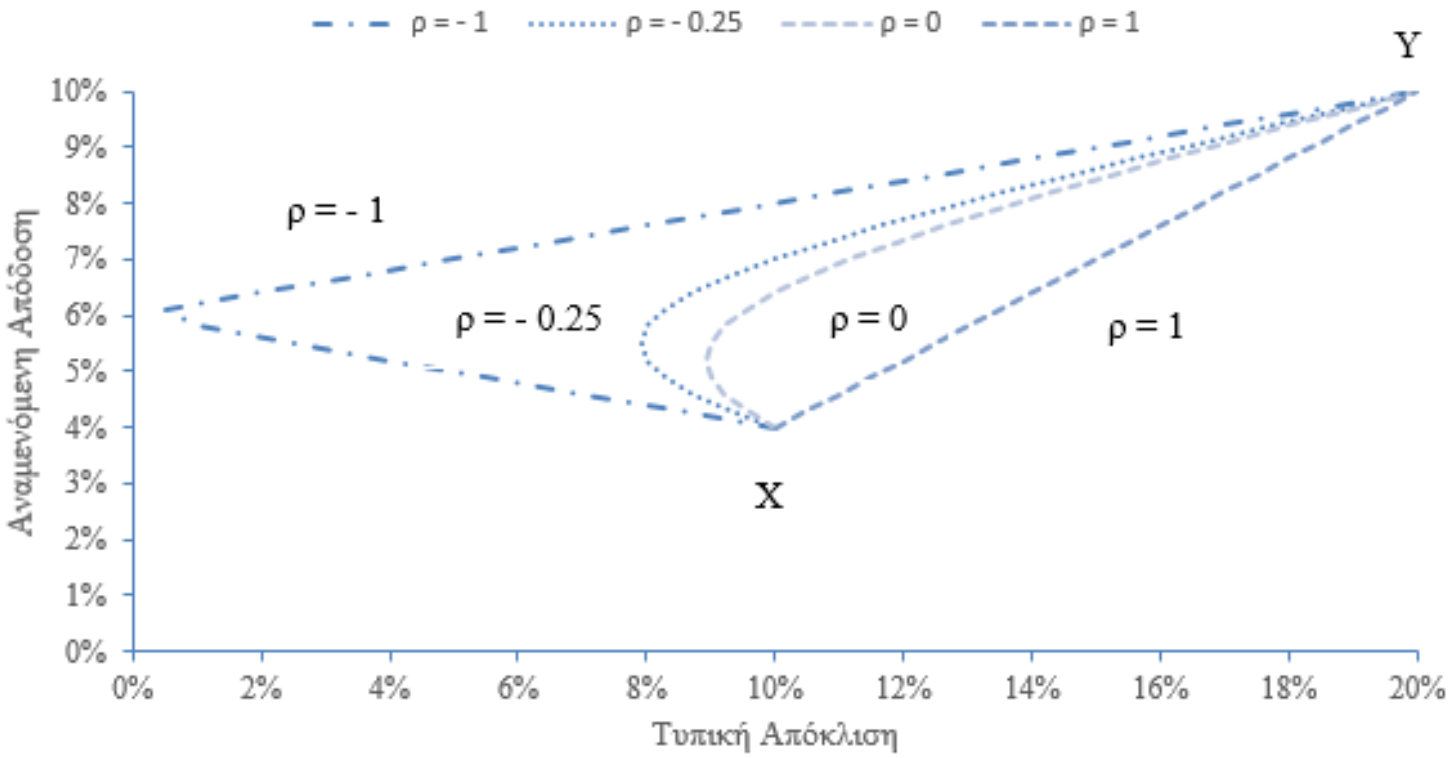
Παράδειγμα

- Έστω ότι ένας επενδυτής διαθέτει €100.000 και επιθυμεί να επενδύσει στα χρεόγραφα Α και Β, αντίστοιχα. Ο επενδυτής διαμορφώνει τρία πιθανά σενάρια αναφορικά με την εξέλιξη της γενικότερης οικονομικής κατάστασης και για κάθε σενάριο έχει εκτιμήσει την πιθανότητα εμφάνισης, καθώς επίσης και την αντίστοιχη αναμενόμενη απόδοση των χρεογράφων Α και Β. Να προσδιορισθεί το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης.

Πιθανά Σενάρια	Πιθανότητα Εμφάνισης	Χρεόγραφο Α	Χρεόγραφο Β
Ανάπτυξη	50%	9%	6%
Σταθεροποίηση	30%	3%	10%
Ύφεση	20%	-7%	25%
Άθροισμα	100%		

Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου

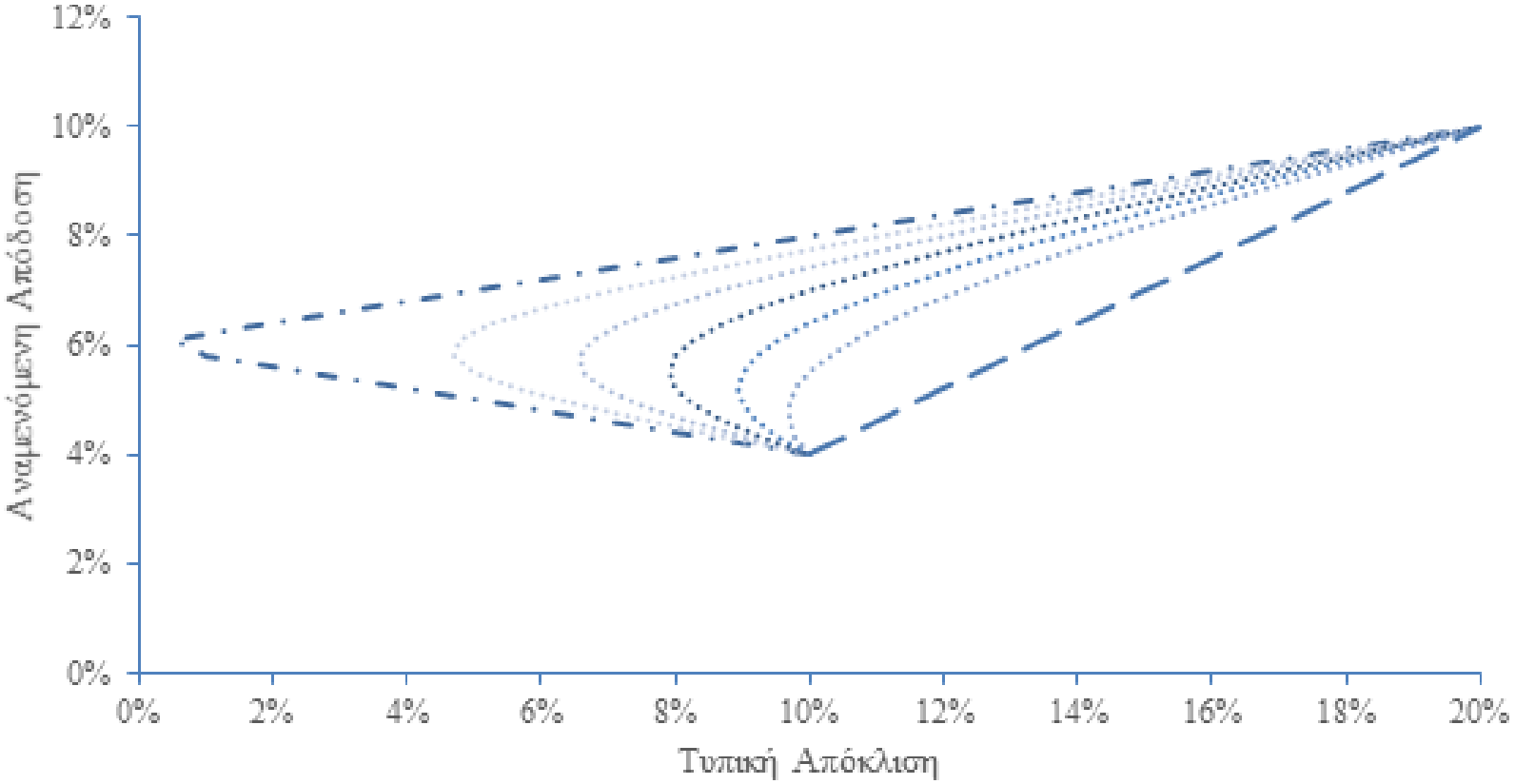
- Αποτελεσματικό σύνορο για δύο χρεόγραφα
  - Έστω ότι επιλέγονται τα χρεόγραφα Χ και Υ
    - ✓ Το χρεόγραφο Χ έχει αναμενόμενη απόδοση 4% και τυπική απόκλιση 10%
    - ✓ Το χρεόγραφο Υ έχει αναμενόμενη απόδοση 10% και τυπική απόκλιση 20%





Διάγραμμα 9-5

Συντελεστής συσχέτισης και η αξία της διαφοροποίησης





- Αποτελεσματικό σύνορο για *n* χρεόγραφα

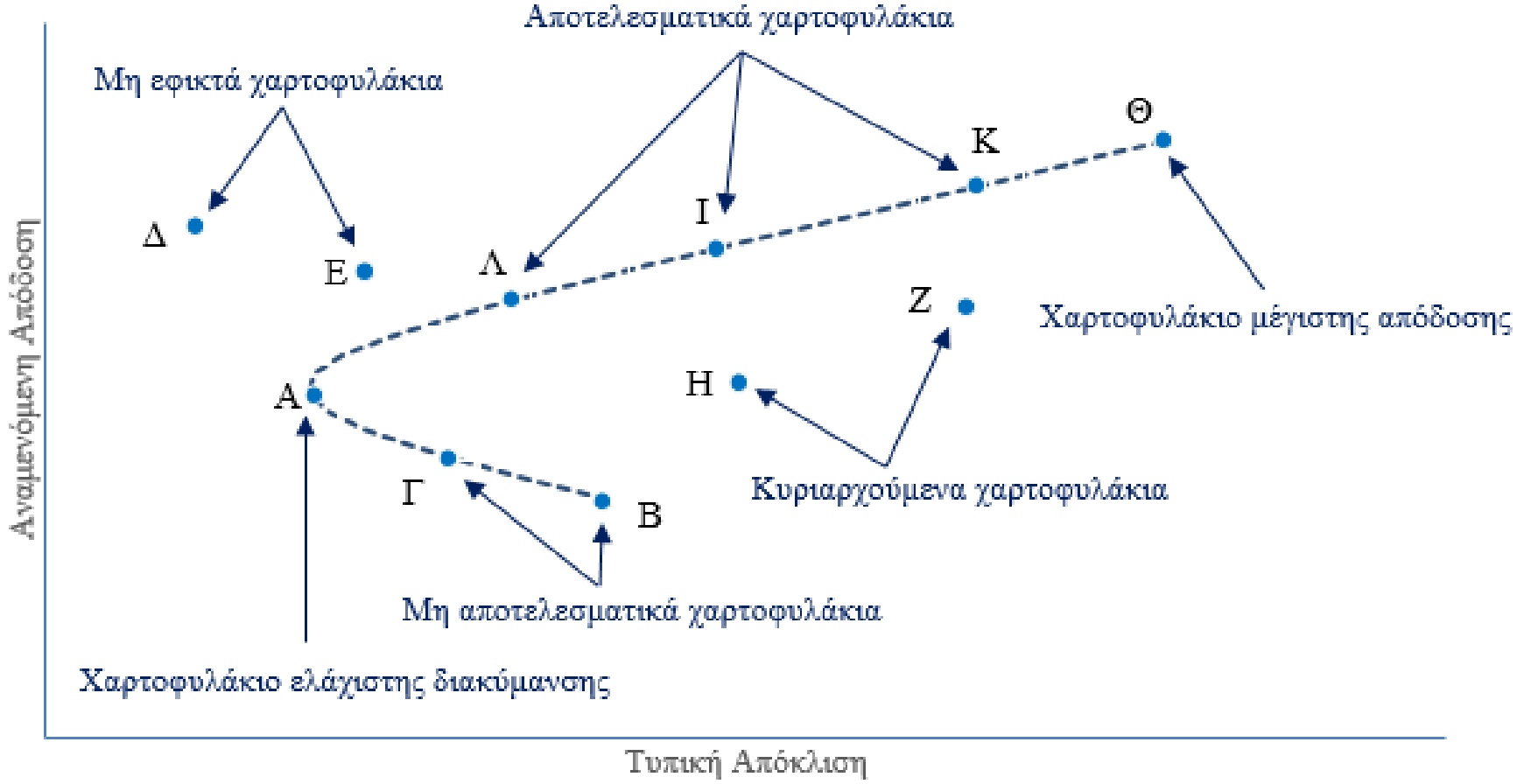
  - Η ανάλυση όλων των πιθανών χαρτοφυλακίων που μπορούν να κατασκευασθούν από όλες τις κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων με απώτερο σκοπό τη διαμόρφωση και επιλογή των πιο αποτελεσματικών, βρίσκεται στο επίκεντρο της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου (modern portfolio theory).

  - Η θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz βασίζεται σε αρκετές υποθέσεις, εκ των οποίων οι βασικότερες είναι ότι οι επενδυτές *λαμβάνουν ορθολογικές αποφάσεις* (rational decisions), *αποστρέφονται τον κίνδυνο* (risk-averse) και οι επιλογές τους βασίζονται στην *αναμενόμενη απόδοση και στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.*

  - Σύμφωνα με τον Markowitz, το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο (efficient portfolio) ορίζεται ως αυτό που έχει τη *μέγιστη αναμενόμενη απόδοση για δεδομένο επίπεδο κινδύνου* ή αυτό που έχει τον *ελάχιστο κίνδυνο για δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης*.

  - Με βάση τις υποθέσεις της θεωρίας, οι επενδυτές αφενός είναι ορθολογικοί οπότε επιθυμούν να έχουν τη μεγαλύτερη απόδοση και αφετέρου αποστρέφονται τον κίνδυνο οπότε επιθυμούν να αναλάβουν το μικρότερο κίνδυνο.

Διάγραμμα 9-6
Αποτελεσματικό σύνορο





Συστηματικός και Μη Συστηματικός Κίνδυνος

- Η ανάλυση των προηγούμενων ενοτήτων κατέδειξε την επίδραση της διαφοροποίησης στη μείωση του επενδυτικού κινδύνου.
- Δεδομένου ότι οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο, η διαφοροποίηση είναι ένα σημαντικό εργαλείο στα χέρια τους. Ωστόσο, παρέχει ωφέλεια έως ένα σημείο.
  - Με άλλα λόγια, η διαφοροποίηση συμβάλλει στη μείωση του επενδυτικού κινδύνου, δεν μπορεί όμως να τον εξαλείψει τελείως.
- Ο συνολικός επενδυτικός κίνδυνος αποτελείται από δύο συστατικά μέρη, το συστηματικό ή μη διαφοροποιήσιμο κίνδυνο (systematic or nondiversifiable risk) και το μη συστηματικό ή διαφοροποιήσιμο κίνδυνο (unsystematic or diversifiable risk).

Συνολικός κίνδυνος = *Συστηματικός κίνδυνος + Μη συστηματικός κίνδυνος*

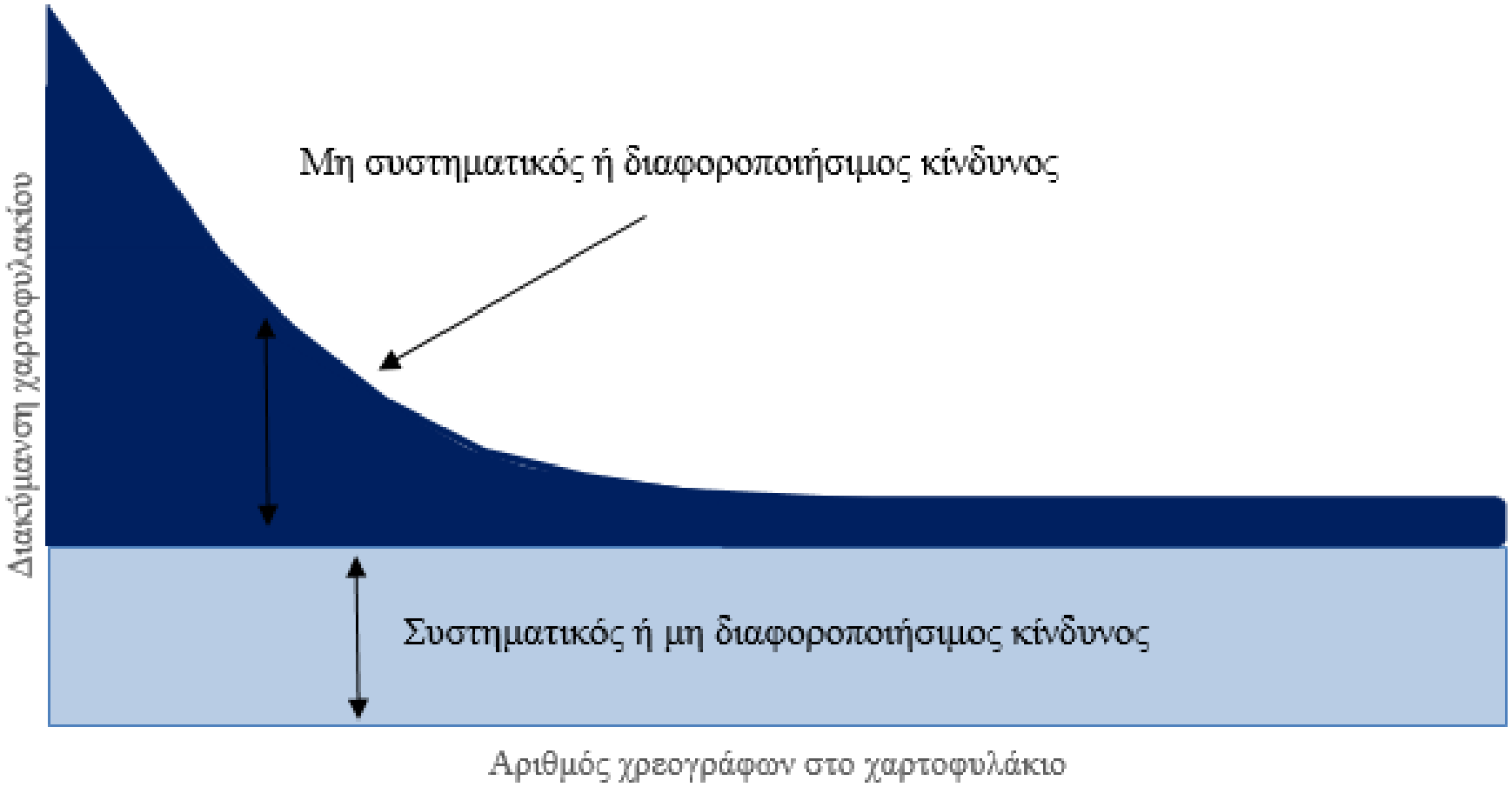
✓ Η διαφοροποίηση συμβάλλει στη μείωση και τελικά στην *εξάλειψη του μη συστηματικού κινδύνου*. Αντιθέτως, ο *συστηματικός κίνδυνος είναι μη διαφοροποιήσιμος και δεν μπορεί να εξαλειφθεί*.

➢ Ο συστηματικός κίνδυνος είναι αυτός που αναλαμβάνουν πάντοτε οι επενδυτές, ανεξάρτητα από το επίπεδο διαφοροποίησης που έχουν επιτύχει.



Διάγραμμα 9-7

Η επίδραση της διαφοροποίησης στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου





Συστηματικός Κίνδυνος

- Ο συστηματικός κίνδυνος περικλείει τους προσδιοριστικούς παράγοντες που επηρεάζουν όλες τις κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων.

- Ανεξάρτητα από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε περιουσιακού στοιχείου, υπάρχουν κάποιες *μεταβλητές του γενικότερου εξωτερικού περιβάλλοντος* που καθορίζουν - έως ένα βαθμό - τη μεταβολή της αξίας του.

  - Ενδεικτικά, ως διαστάσεις του συστηματικού κινδύνου μπορούν να αναφερθούν τα θεμελιώδη μακροοικονομικά μεγέθη, οι τιμές των πρώτων υλών και εμπορευμάτων, οι συναλλαγματικές ισοτιμίες, η νομοθεσία, η πολιτική κατάσταση και τα φυσικά φαινόμενα.

  - Ο συστηματικός κίνδυνος λέγεται και κίνδυνος της αγοράς (market risk), καθώς επηρεάζει το σύνολο των περιουσιακών στοιχείων που διαπραγματεύονται σε μία αγορά.

- Στην πραγματικότητα ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των διαφόρων περιουσιακών στοιχείων είναι θετικός και πολύ δύσκολα μπορεί να εντοπισθούν στοιχεία με αρνητικό συντελεστή.

  - Μάλιστα, το άνοιγμα των εθνικών οικονομιών, η διεθνοποίηση των επιχειρήσεων και η ευκολία στην κινητικότητα των κεφαλαίων έχουν διευρύνει την έννοια του όρου «αγορά».

  - ✓ Οι επενδυτές μπορούν να επιλέξουν περιουσιακά στοιχεία από ένα ευρύ φάσμα εναλλακτικών επιλογών, ωστόσο η συσχέτιση μεταξύ των διαφόρων στοιχείων ολοένα και μεγαλώνει, με αποτέλεσμα να δυσχεραίνει την επίτευξη διαφοροποίησης.